COMPTE RENDU

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 17 FÉVRIER 1845.

PRÉSIDENCE DE M. ÉLIE DE BEAUMONT.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Mémoire sur diverses propriétés remarquables et très-générales des fonctions continues; par* M. AUGUSTIN CAUCHY.

« Les progrès réalisés de nos jours dans les diverses branches des sciences physiques et mathématiques témoignent de l'ardeur avec laquelle l'esprit humain, créé pour connaître la vérité, s'attache à sa poursuite. Dans son impatience, il veut qu'une vérité déjà démontrée lui serve comme d'échelon pour arriver à une vérité plus difficile à saisir; il s'élève, il généralise, il essaye de s'élancer dans l'infini; et c'est précisément cette tendance de notre esprit qui a fait longtemps admettre en analyse, comme un principe en quelque sorte évident, ce qu'on appelait la généralité de l'algèbre, c'est-à-dire l'étendue indéfinie des formules algébriques obtenues dans certains cas particuliers. Plus tard on est parvenu à reconnaître que, dans la réalité, la plupart de ces formules subsistent uniquement sous certaines conditions, et pour certaines valeurs des quantités qu'elles renferment. On a vu, dans mes précédents Mémoires que la grande loi qui limite l'existence des formules est la *loi de continuité* des fonctions, dans le cas où l'on donne des *fonctions continues,* non pas la définition longtemps adoptée par les géomètres, mais

celle que présente mon analyse algébrique. Toutefois, la règle que je viens de rappeler a une étendue plus grande encore que celle qui paraissait devoir lui être attribuée au premier abord. Considérons, pour fixer les idées, une variable réelle ou imaginaire. On pourra concevoir que l'on fasse varier par degrés insensibles ou le module seul de cette variable, ou tout à la fois son module et son argument. Si, pour plus de commodité, on regarde ce module et cet argument comme propres à représenter, dans un plan, les coordonnées polaires d'un point mobile, les diverses valeurs de la variable et d'une fonction quelconque de cette variable correspondront aux divers points de ce plan. Cela posé, la fonction restera généralement continue, non pas seulement pour des valeurs du module renfermées entre certaines limites, ou, ce qui revient au même, pour toutes les positions du point mobile comprises entre deux cercles concentriques, mais pour tous les systèmes de valeurs du module et de l'argument qui satisferont à certaines conditions, c'est-à-dire pour toutes les positions du point mobile comprises entre certaines courbes. Or, je prouve maintenant que ces courbes indiquent précisément les limites entre lesquelles subsiste l'équation qu'on obtient en égalant la fonction à zéro; en d'autres termes, je prouve que ces deux courbes indiquent précisément la région du plan pour laquelle subsiste la formule, région qui se trouvait notablement restreinte quand on avait recours aux théorèmes énoncés dans les précédents Mémoires, c'est-à-dire quand on substituait au système des deux courbes dont il s'agit le système de deux cercles concentriques tracés de manière à ne point couper les deux courbes.

» Parmi les résultats importants que je déduis de mes nouvelles formules, il en est un qu'il me paraît utile de signaler.

» On sait que les séries jusqu'à ce jour employées en astronomie ne permettent pas de calculer, sans un travail pénible et souvent inexécutable, les perturbations planétaires d'un ordre un peu élevé. Je substitue à ces séries des séries nouvelles, dans la composition desquelles entre un nouvel élément ou paramètre digne de remarque et que je vais indiquer.

» Concevons que l'on représente par deux lettres distinctes les deux exponentielles trigonométriques variables, qui ont pour exposants les anomalies excentriques de deux planètes. La distance de ces planètes, exprimée à l'aide des deux lettres ou variables dont il s'agit, étant égalée à zéro, fournira une équation algébrique qui sera du 4e degré par rapport à chaque variable; et, si l'on résout cette équation par rapport à la première variable, une seconde équation algébrique, qui ne renfermera plus que la seconde variable, aura pour racines les carrés des différences entre les racines de la première

équation. Or, celle des racines de la seconde équation qui offrira le plus grand module au-dessus de l'unité sera précisément l'élément principal qui entrera dans la composition des nouvelles séries, dont les divers termes dépendent tout à la fois de ce nouvel élément et de ceux qui ont été jusqu'ici considérés par les géomètres sous le nom d'*éléments elliptiques*.

ANALYSE.

§ Ier. — *Considérations générales.*

» Nous commencerons par établir la proposition suivante :

» 1er *Théorème*. Soit

$$x = re^{p\sqrt{-1}}$$

une variable réelle ou imaginaire, dont le module r et l'argument p pourront être censés représenter, dans un plan, les coordonnées polaires d'un point mobile P. Soit de plus $f(x)$ une fonction de la variable x, qui demeure continue par rapport à cette variable, pour toutes les positions que peut prendre le point mobile dans une certaine région du plan comprise entre deux courbes continues abc..., ABC.... Enfin, supposons que, dans le cas où le point mobile occupe ou une position particulière correspondante à des valeurs déterminées de r et p, ou des positions voisines, la fonction $f(x)$ soit développable en série convergente, ordonnée suivant les puissances entières de x, en sorte qu'on ait alors

$$(1) \qquad f(x) = \ldots a_{-2}x^{-2} + a_{-1}x^{-1} + a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \ldots,$$

ou, ce qui revient au même,

$$(2) \qquad f(x) = \Sigma\, a_n x^n,$$

la somme qu'indique le signe Σ s'étendant à toutes les valeurs entières, positives nulle et négatives, de n, et les deux modules ou le module unique de la série dont le terme général est $a_n x^n$ étant inférieurs à l'unité. L'équation (2) ne cessera pas de se vérifier, si l'on fait varier par degrés insensibles la position du point mobile P, pourvu que ce point reste toujours renfermé entre les deux courbes abc..., ABC..., et que, pendant la durée de son mouvement, les deux modules ou le module unique de la série dont le terme général est $a_n x^n$ restent toujours inférieurs à l'unité.

» *Démonstration*. Le point mobile P étant arrêté dans la position qui

correspond aux valeurs données de r, p, nommons P′ un point voisin de P. Soit

$$(3) \qquad x' = x + \xi,$$

ce que devient x quand on passe du point P au point P′. Enfin, nommons ρ le module, et ϖ l'argument de la différence

$$x' - x = \xi,$$

en sorte qu'on ait

$$\xi = \rho e^{\varpi\sqrt{-1}}.$$

Si le module ρ, supposé d'abord nul, vient à croître, la fonction

$$f(x') = f(x + \xi)$$

restera fonction continue de ξ, tant que ce module ne sera pas assez considérable pour que le cercle décrit du point P comme centre, avec le rayon ρ, rencontre l'une des courbes abc..., ABC... ; et alors on aura

$$(4) \qquad f(x + \xi) = f(x) + \frac{\xi}{1} D_x f(x) + \frac{\xi^2}{1.2} D_x^2 f(x) + \ldots.$$

Si dans cette dernière formule on substitue la valeur de $f(x)$, tirée de l'équation (2), on trouvera

$$(5) \qquad f(x + \xi) = \Sigma a_n x^n + \xi \Sigma \frac{n}{1} a_n x^{n-1} + \xi^2 \Sigma \frac{n(n-1)}{1.2} a_n x^{n-2} + \ldots.$$

Si maintenant on développe les sommes que renferme le second membre de la formule (5), on verra le second membre se transformer en une série double dont le terme général sera de la forme

$$\frac{n(n-1)\ldots(n-m+1)}{1.2\ldots m} a_n x^{n-m} \xi^m,$$

n désignant une quantité entière positive, nulle ou négative, m un nombre entier, nul ou positif, et le rapport

$$\frac{n(n-1)\ldots(n-m+1)}{1.2\ldots m}$$

devant être remplacé par l'unité pour une valeur nulle de m. Il y a plus ; cette

série double sera précisément celle qu'on obtient, quand on développe la somme

$$\Sigma a_n (x+\xi)^n,$$

attendu qu'on a généralement

$$(x+\xi)^n = x^n + \frac{n}{1} x^{n-1}\xi + \frac{n(n-1)}{1.2} x^{n-2}\xi^2 + \ldots + \xi^n.$$

Donc l'équation (5) pourra être réduite à la formule

$$f(x+\xi) = \Sigma a_n (x+\xi)^n,$$

ou, ce qui revient au même, à la formule

$$(6) \qquad f(x') = \Sigma a_n x'^n,$$

si la série double en question est convergente. Or, c'est ce qui aura certainement lieu, du moins pour une valeur de ρ suffisamment petite, si, comme on le suppose, les deux modules de la série simple qui a pour terme général $a_n x^n$ sont inférieurs à l'unité. En effet, nommons

$$\mathrm{k} \quad \text{et} \quad \mathrm{k}_,$$

ces deux modules, k étant le module correspondant aux termes qui renferment des puissances positives de x; et soit r' le module de la variable imaginaire

$$x' = x + \xi.$$

Les deux modules de la série dont le terme est

$$a_n x'^n = a_n x^n \left(\frac{x'}{x}\right)^n$$

seront évidemment

$$\mathrm{k}\frac{r'}{r}, \qquad \mathrm{k}_,\frac{r}{r'}.$$

D'ailleurs le module r' étant, en vertu de l'équation (3), nécessairement compris entre les limites

$$r'-\rho, \qquad r'+\rho,$$

le rapport

$$\frac{r'}{r}$$

se rapprochera indéfiniment de l'unité pour des valeurs décroissantes du module ρ, et l'on pourra en dire autant du rapport inverse

$$\frac{r}{r'}.$$

Donc, pour des valeurs décroissantes de ρ, les deux modules

$$\mathrm{k}\frac{r'}{r}, \qquad \mathrm{k}_{,}\frac{r}{r'},$$

de la série dont le terme général est $a_n x'^n$, se rapprocheront indéfiniment des deux modules

$$\mathrm{k}, \qquad \mathrm{k}_{,}$$

de la série dont le terme général est $a_n x^n$, et finiront, dans l'hypothèse admise, par devenir, comme k et $\mathrm{k}_{,}$, inférieurs à l'unité. Par suite, dans cette hypothèse, il suffira d'assigner une valeur suffisamment petite au module ρ de la différence $x' - x$, pour que l'équation (2) entraîne l'équation (6).

» Ce n'est pas tout. Si les conditions énoncées dans le 1er théorème ne cessent pas d'être remplies quand on remplace x par x', alors x'' étant supposé très-voisin de x', on prouvera encore de la même manière qu'il suffit d'assigner une valeur suffisamment petite au module de la différence $x'' - x'$ pour que l'équation (6) entraîne la suivante

$$\mathrm{f}(x'') = \Sigma a_n x''^n, \tag{7}$$

etc.

En d'autres termes, l'équation (2) ne cessera pas de se vérifier quand on y remplacera successivement x par x', puis par x'', . . . ; et comme la limite vers laquelle convergeront les termes de la suite

$$x, \quad x', \quad x'', \ldots$$

ne pourra être qu'une valeur de x correspondante à un point P situé sur l'une des courbes abc . . ., ABC. . ., ou une valeur de x pour laquelle un module au moins de la série dont le terme général est $a_n x^n$ se trouvera réduit à l'unité, nous devons conclure que, si l'on fait varier x par degrés insensibles, l'équation (2) ne cessera pas de se vérifier tant que les deux fonc-

tions

$$f(x) \quad \text{et} \quad a_n x^n$$

satisfèront aux conditions énoncées dans le 1er théorème.

» *Corollaire*. Si le coefficient a_n s'évanouit, quel que soit l'indice n, l'équation (2) se trouvera réduite à la formule

$$f(x) = 0,$$

et le 1er théorème à la proposition suivante.

» 2e *Théorème*. Supposons que l'équation

$$f(x) = 0 \tag{8}$$

se vérifie toujours pour des valeurs de x très-voisines d'une valeur donnée. Si l'on vient à faire varier le module et l'argument de x par degrés insensibles, cette équation (8) continuera de subsister tant que $f(x)$ restera fonction continue de x.

» On pourrait, au reste, démontrer directement cette dernière proposition et même en déduire le 1er théorème.

» Si la fonction $f(x)$ est la différence de deux autres fonctions, il suffira d'égaler ces dernières entre elles pour obtenir une équation qui se confondra évidemment avec la formule (8). Donc le 2e théorème entraîne encore le suivant :

» 3e *Théorème*. Supposons que deux fonctions de x soient toujours égales entre elles pour des valeurs de x très-voisines d'une valeur donnée. Si l'on vient à faire varier x par degrés insensibles, ces deux fonctions seront encore égales tant qu'elles resteront l'une et l'autre fonctions continues de x.

» Les théorèmes précédents peuvent être facilement étendus au cas où il s'agit de fonctions de plusieurs variables. Alors on obtient, par exemple, à la place du 3e théorème, la proposition suivante :

» 4e *Théorème*. Supposons que deux fonctions de x, y, z,... soient égales entre elles pour des valeurs réelles ou imaginaires de x, y, z,..., très-voisines de valeurs données. Si l'on vient à faire varier x, y, z,... par degrés insensibles, ces deux fonctions resteront encore égales tant qu'elles resteront l'une et l'autre fonctions continues de x, y, z....

» On pourrait, dans le théorème 3 ou 4, remplacer l'une des deux fonctions que l'on considère par la somme d'une série simple convergente;

on pourrait même supposer les divers termes de cette série remplacés à leur tour par les sommes d'autres séries convergentes, et ainsi de suite. D'ailleurs la série double ou multiple, qui renfermerait tous les termes compris dans les diverses séries simples, pourrait être ou convergente ou divergente. Dans le premier cas, la fonction dont il s'agit serait ce qu'on appelle et ce qu'on doit appeler *la somme* de la série double ou multiple, supposée convergente. Dans le second cas, cette fonction deviendrait ce qu'on peut appeler *la somme syntagmatique* de la série double ou multiple, supposée divergente. En effet, puisqu'il suffit quelquefois de ranger dans un certain ordre les termes d'une série multiple, mais divergente, par exemple d'une série double, pour la transformer en une série simple et convergente dont chaque terme soit lui-même la somme d'une série simple et convergente, il est naturel d'exprimer la somme totale à laquelle on se trouve conduit par cet artifice à l'aide d'une épithète propre à exprimer que ces termes sont rangés dans un ordre déterminé. On sait, au reste, que cette épithète a été déjà employée dans la langue algébrique, et appliquée par M. Budan à quelques suites qu'il a rencontrées dans des recherches relatives à la théorie des équations.

§ II. — *Théorèmes relatifs à la détermination des coefficients que renferme le développement d'une fonction en série ordonnée suivant les puissances entières d'une variable.*

» En partant des théorèmes établis dans le premier paragraphe de ce Mémoire et dans les Mémoires précédents, on établira sans peine d'autres propositions importantes, que je vais énoncer.

» 1er *Théorème.* Soit $f(x, y)$ une fonction des variables x, y qui reste continue par rapport à ces variables, pour un module de x très-voisin de la limite x, et pour un module de y inférieur à la limite y. Supposons d'ailleurs que, dans le cas où l'on attribue au facteur θ une valeur réelle, positive, et inférieure ou tout au plus égale à l'unité, l'expression

$$f[x, \theta(1 - x)]$$

reste, pour un module de x très-voisin de x, fonction continue de x et de θ. Enfin, concevons que, pour une valeur réelle ou imaginaire de θ correspondante à un très-petit module, on développe la fonction

$$f[x, \theta(1 - x)],$$

1° en une série simple ordonnée suivant les puissances ascendantes de x;

2° en une série double ordonnée suivant les puissances ascendantes de x et de θ; et nommons

$$A_n x^n, \quad H_{m,n} \theta^m x^n$$

les termes généraux de ces deux séries. Non-seulement on aura, pour un très-petit module de θ,

$$(1) \qquad A_n = \Sigma H_{m,n} \theta^m,$$

la somme qu'indique le signe Σ s'étendant à toutes les valeurs entières, nulle et positives de m; mais, de plus, si l'on attribue à θ une valeur réelle et positive qui ne surpasse pas l'unité, l'équation (1) continuera de subsister, pourvu que cette valeur positive vérifie encore la condition

$$(2) \qquad \theta < \mathrm{y}.$$

» *Démonstration.* Concevons qu'en admettant les suppositions énoncées, on attribue à la variable x un module très-voisin de x; alors, pour un très-petit module de θ, l'expression

$$f[x, \theta(1-x)]$$

sera fonction continue de x et de θ. Donc alors la série double, qui représentera le développement de cette fonction suivant les puissances ascendantes de x et de θ, sera convergente, et la formule

$$f[x, \theta(1-x)] = \Sigma A_n x^n = \Sigma H_{m,n} \theta^m x^n$$

entraînera l'équation

$$A_n = \Sigma H_{m,n} \theta^m.$$

Concevons maintenant que l'on fasse varier le facteur θ, en lui attribuant une valeur réelle et positive, et que, dans la fonction

$$f[x, \theta(1-x)],$$

on assigne à x un module qui diffère très-peu de x, en désignant d'ailleurs l'argument variable de x par la lettre p. Tant que le facteur θ ne surpassera pas l'unité, l'expression

$$f[x, \theta(1-x)]$$

restera, par hypothèse, fonction continue de θ et de x; et l'on pourra en dire autant du coefficient A_n de x^n dans le développement de cette fonction, attendu que ce coefficient A_n pourra être censé déterminé par la formule

$$(3) \qquad A_n = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} x^{-n}\, f[x, \theta(1-x)]\, dp.$$

Donc, en vertu du 1er théorème du § Ier, l'équation

$$A_n = \Sigma H_{m,n}\theta^m$$

continuera de subsister pour toute valeur réelle et positive de θ qui ne surpassera pas la limite 1, si d'ailleurs la série dont le terme général est

$$H_{m,n}\theta^m$$

offre un module inférieur à l'unité. Or, cette dernière condition sera certainement remplie, en vertu d'un théorème énoncé dans la dernière séance (pages 337 et 338), si l'on a

$$\theta < \mathrm{y}.$$

» *Corollaire* 1er. Posons

$$(4) \qquad f(x, y) = (1-x)^{-s}\varphi(1-y),$$

s désignant une constante quelconque, et la valeur de $\varphi(x)$ étant donnée par la formule

$$(5) \qquad \varphi(x) = (1-ax)^{\mu}(1-bx)^{\nu}\ldots\Phi(x),$$

dans laquelle $\mu, \nu, \ldots$ représentent des exposants réels, $a, b, \ldots$ des coefficients dont les modules a, b, ... soient tous inférieurs à l'unité, et $\Phi(x)$ une fonction toujours continue de x. Alors on pourra évidemment prendre pour valeur de x un nombre inférieur à l'unité, mais d'ailleurs aussi rapproché que l'on voudra de l'unité. De plus, comme on tirera de la formule (5)

$$\varphi(1-y) = (1-a)^{\mu}(1-b)^{\nu}\ldots\left(1-\frac{a}{1-a}y\right)^{\mu}\left(1-\frac{b}{1-b}y\right)^{\nu}\ldots\Phi(1-y),$$

on pourra prendre pour y le plus petit d'entre les modules des rapports

$$\frac{1-a}{a}, \quad \frac{1-b}{b}, \ldots;$$

et par suite la condition (2), que l'on peut encore présenter sous la forme

$$\frac{\theta}{y} < 1,$$

sera vérifiée, si les rapports

$$\frac{a\theta}{1-a}, \quad \frac{b\theta}{1-b}, \ldots$$

offrent tous des modules inférieurs à l'unité. Donc, elle sera vérifiée pour une valeur de θ réelle, positive, et inférieure ou tout au plus égale à l'unité, si les modules des rapports

(6) $$\frac{a}{1-a}, \quad \frac{b}{1-b}, \ldots$$

sont tous inférieurs à l'unité. Enfin, cette condition étant supposée remplie, on peut affirmer que, pour un module de x inférieur, mais sensiblement égal à 1, et pour une valeur de θ positive, mais inférieure ou tout au plus égale à l'unité, la valeur de

$$f[x, \theta(1-x)],$$

déterminée par le système des formules

$$f[x, \theta(1-x)] = (1-x)^{-s} \varphi(1-\theta+\theta x),$$

$$\varphi(1-\theta+\theta x)$$

$$=(1-a+a\theta)^{\mu}(1-b+b\theta)^{\nu}\ldots\left(1-\frac{a\theta x}{1-a+a\theta}\right)^{\mu}\left(1-\frac{b\theta x}{1-b+b\theta}\right)^{\nu}\ldots\Phi(1-\theta+\theta x),$$

restera fonction continue de x et de θ. Effectivement, pour démontrer cette assertion, il suffira évidemment de faire voir que les rapports

(7) $$\frac{a\theta x}{1-a+a\theta}, \quad \frac{b\theta x}{1-b+b\theta}, \ldots$$

offriront tous des modules inférieurs à l'unité. Or, en premier lieu, le module de x étant supposé très-voisin de l'unité, les rapports (7) se confondront sensiblement avec les suivants

$$\frac{a\theta}{1-a+a\theta}, \quad \frac{b\theta}{1-b+b\theta}, \ldots,$$

ou, ce qui revient au même, avec les rapports

(8) $$\frac{a\theta}{1-a(1-\theta)},\quad \frac{b\theta}{1-b(1-\theta)},\ldots.$$

D'autre part, le module a de a étant inférieur à l'unité, le rapport

$$\frac{a\theta}{1-a(1-\theta)}$$

offrira un module égal ou inférieur à la fraction

$$\frac{\mathrm{a}\theta}{1-\mathrm{a}(1-\theta)}=\frac{1}{1+\frac{1-\mathrm{a}}{\mathrm{a}}\theta^{-1}},$$

par conséquent égal ou inférieur à la fraction

$$\frac{1}{1+\frac{1-\mathrm{a}}{\mathrm{a}}}=\mathrm{a}.$$

Donc les modules des rapports (8) seront respectivement inférieurs aux nombres

$$\mathrm{a},\quad \mathrm{b},\ldots.$$

Donc, si en supposant la fonction $\mathrm{f}(x, y)$ déterminée par le système des formules (4) et (5), on nomme

$$A_n x^n \quad \text{et} \quad H_{m,n}\theta^m x^n$$

les termes généraux des développements de la fonction

$$\mathrm{f}[x, \theta - x],$$

suivant les puissances ascendantes de la seule variable x ou des deux variables θ, x, calculés pour le cas où le module de θ est très-petit, et le module de x, inférieur, mais sensiblement égal à l'unité; non-seulement on aura, pour de tels modules de x et de θ,

$$A_n = \Sigma\, H_{m,n}\,\theta^m,$$

mais, en vertu du 1er théorème, l'équation précédente subsistera encore

pour toute valeur positive de θ qui ne surpassera pas l'unité, pourvu que chacun des rapports

$$\frac{\mathrm{a}}{1-\mathrm{a}},\quad \frac{\mathrm{b}}{1-\mathrm{b}},\ldots$$

offre un module inférieur à l'unité.

» *Corollaire* 2ᵉ. Si, dans la formule

$$\mathrm{A}_n = \Sigma \mathrm{H}_{m,n}\theta^m,$$

on suppose le nombre θ réduit à l'unité, cette formule deviendra

$$\mathrm{A}_n = \Sigma \mathrm{H}_{m,n}.$$

Alors aussi la fonction

$$\mathrm{f}[x, \theta(1-x)]$$

se réduira simplement, en vertu de la formule (4), à la fonction $\mathrm{F}(x)$ déterminée par l'équation

$$\mathrm{F}(x) = (1-x)^{-s}\varphi(x).$$

Cela posé, le corollaire 1ᵉʳ entraînera évidemment la proposition suivante :

» 2ᵉ *Théorème.* Soit $\mathrm{F}(x)$ une fonction de x déterminée par le système des formules

$$(9)\qquad \left\{\begin{aligned} \mathrm{F}(x) &= (1-x)^{-s}\varphi(x),\\ \varphi(x) &= (1-ax)^{\mu}(1-bx)^{\nu}\ldots\Phi(x),\end{aligned}\right.$$

dans lesquelles s désigne une constante quelconque, μ, ν,... des exposants réels, a, b,... des coefficients dont les modules sont inférieurs à l'unité, et $\Phi(x)$ une fonction toujours continue de x. Soit de plus A_n le coefficient de x^n, dans le développement de $\mathrm{F}(x)$ calculé pour un module de x inférieur à l'unité; et nommons y la variable complémentaire de x déterminée par léquation

$$y = 1-x.$$

Non-seulement on pourra présenter la valeur de $\mathrm{F}(x)$ sous la forme

$$\mathrm{F}(x) = (1-x)^{-s}\varphi(1-y),$$

mais, de plus, au développement de $\varphi(1-y)$ suivant les puissances ascen-

dantes de y correspondra un développement de A_n qui sera convergent et représentera la valeur même de A_n, si les rapports

$$\frac{a}{1-a}, \quad \frac{b}{1-b}, \ldots$$

offrent tous des modules inférieurs à l'unité.

» *Corollaire.* Comme en développant $\varphi(1-y)$ on trouve

$$\varphi(1-y) = \Sigma(-1)^m \frac{\varphi^{(m)}(1)}{1.2\ldots m} y^m,$$

comme on aura d'ailleurs évidemment

$$(1-x)^{-s} y^m = (1-x)^{-s+m} = \Sigma[s-m]_n x^n,$$

la valeur de $[s]_n$ étant

$$[s]_n = \frac{s(s+1)\ldots(s+n-1)}{1.2\ldots n},$$

il suit du 1er théorème que si les modules des rapports

$$\frac{a}{1-a}, \quad \frac{b}{1-b}, \ldots$$

sont tous inférieurs à l'unité, on aura

(10) $$A_n = \Sigma(-1)^m [s-m]_n \frac{\varphi^{(m)}(1)}{1.2\ldots m},$$

la somme qu'indique le signe Σ s'étendant à toutes les valeurs nulles et positives de m, et le produit $1.2.3\ldots m$ devant être remplacé par l'unité dans le cas particulier où le nombre m s'évanouit.

» On pourrait, dans les théorèmes qui précèdent, substituer à la variable complémentaire de x, déterminée par l'équation

$$y = 1 - x,$$

le rapport $\frac{1-x}{x}$ des deux variables complémentaires

$$x \quad \text{et} \quad 1-x.$$

Alors, à la place du 1er théorème, on obtiendra la proposition suivante :

» 3e *Théorème.* Soit

$$f(x, y)$$

une fonction des variables x, y, qui reste continue par rapport à y, pour un module de x très-voisin de x, et pour un module de y inférieur à la limite y. Supposons d'ailleurs que, dans le cas où l'on attribue au facteur θ une valeur réelle, positive, et inférieure ou tout au plus égale à l'unité, l'expression

$$f\left(x, \theta\,\frac{1-x}{x}\right)$$

reste, pour un module de x très-voisin de x, fonction continue de x et de θ. Enfin, concevons que, pour une valeur réelle ou imaginaire de θ correspondante à un très-petit module, on développe la fonction

$$f\left(x, \theta\,\frac{1-x}{x}\right),$$

1° en une série simple ordonnée suivant les puissances entières de x; 2° en une série double ordonnée suivant les puissances entières de x, et suivant les puissances ascendantes de θ; et nommons

$$A_n x^n, \qquad H_{m,n}\,\theta^m x^n$$

les termes généraux de ces deux séries. Non-seulement on aura, pour un très-petit module de θ,

$$A_n = \Sigma H_{m,n}\,\theta^m, \tag{11}$$

la somme qu'indique le signe Σ, s'étendant à toutes les valeurs entières, nulle et positives, de m; mais, de plus, si l'on attribue à θ une valeur réelle et positive, qui croisse à partir de zéro sans devenir supérieure à l'unité, l'équation (11) ne cessera pas de subsister pourvu que l'expression

$$f\left(\frac{\theta}{\mathrm{y}+\theta}, z\right) \tag{12}$$

ne cesse pas d'être fonction continue de θ, dans le cas où, en représentant par la lettre z une nouvelle variable dont le module soit précisément y, on assigne à θ une valeur réelle ou imaginaire dont le module ne surpasse pas l'unité.

» *Démonstration.* Concevons qu'en admettant les suppositions énoncées, on attribue à la variable x un module très-voisin de x. Alors, pour un

très-petit module de θ, l'expression

$$f\left(x, \theta \frac{1-x}{x}\right)$$

sera fonction continue de x et de θ. Donc alors la série double qui représentera le développement de cette fonction, suivant les puissances ascendantes de x et de θ, sera convergente, et la formule

$$f\left(x, \theta \frac{1-x}{x}\right) = \Sigma A_n x^n = \Sigma H_{m,n} \theta^m x^n$$

entraînera l'équation

$$A_n = \Sigma H_{m,n} \theta^m.$$

» Concevons maintenant que l'on fasse varier le facteur θ, en lui attribuant une valeur réelle et positive, et que dans la fonction

$$f\left(x, \theta \frac{1-x}{x}\right)$$

on assigne à x un module qui diffère très-peu de 1, en représentant l'argument variable de x par la lettre p. Tant que le facteur θ ne surpassera pas l'unité, l'expression

$$f\left(x, \theta \frac{1-x}{x}\right)$$

restera, par hypothèse, fonction continue de θ et de x, et l'on pourra en dire autant du coefficient A_n de x^n dans le développement de cette fonction, attendu que ce coefficient A_n pourra être censé déterminé par la formule

$$(12) \qquad A_n = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} x^{-n} f\left(x, \theta \frac{1-x}{x}\right) dp.$$

Donc, en vertu du 1er théorème du § Ier, l'équation

$$A_n = \Sigma H_{m,n} \theta^m$$

continuera de subsister, pour toute valeur réelle et positive de θ qui ne surpassera pas la limite 1, si d'ailleurs la série dont le terme général est

$$H_{m,n} \theta^m$$

offre un module inférieur à l'unité, ou, ce qui revient au même, si cette sé-

rie ne cesse d'être convergente que pour une valeur de θ supérieure à l'unité. Or, il suit d'un théorème énoncé dans la séance du 10 février, que cette dernière condition sera généralement remplie si le développement de la fonction

$$f\left(\frac{\theta}{y+\theta},\ z\right)$$

reste lui-même convergent, avec la série modulaire correspondante, pour toute valeur de z dont le module est y. Donc cette même condition sera remplie si l'expression

$$f\left(\frac{\theta}{y+\theta},\ z\right)$$

reste fonction continue de θ, pour toute valeur réelle ou imaginaire de θ dont le module ne surpasse pas l'unité, et pour toute valeur de z qui offre un module égal à y.

» *Corollaire* 1er. Posons

$$(14)\qquad f(x, y) = (1-x)^{-s}\varphi(x)\chi(1+y),$$

s désignant une constante quelconque, et les valeurs de $\varphi(x)$, $\chi(x)$ étant déterminées par les formules

$$(15)\qquad \varphi(x) = (1-ax)^{\mu}(1-bx)^{\nu}\dots\Phi(x),$$

$$(16)\qquad \chi(x) = (1-a'x)^{\mu'}(1-b'x)^{\nu'}\dots X(x),$$

dans lesquelles μ, ν,..., μ', ν',... représentent des exposants réels a, b,..., a', b',... des coefficients dont les modules sont inférieurs à l'unité, et $\Phi(x)$, $X(x)$ deux fonctions toujours continues de x. Alors on pourra prendre pour valeur de x un nombre inférieur à l'unité, mais aussi rapproché de l'unité que l'on voudra. De plus, comme on aura

$$\chi(1+y) = (1-a')^{\mu'}(1-b')^{\nu'}\dots\left(1-\frac{a'y}{1-a'}\right)^{\mu'}\left(1-\frac{b'y}{1-b'}\right)^{\nu'}\dots X(1+y),$$

on pourra prendre pour y le plus petit d'entre les modules des rapports

$$\frac{1-a'}{a'},\quad \frac{1-b'}{b'},\dots;$$

et alors $\chi(1+z)$ restera constamment fonction continue de z, pour un

module de z égal à y. Enfin, comme on aura

$$f\left(\frac{\theta}{y+\theta}, z\right) = \left(\frac{y}{y+\theta}\right)^{-s} \varphi\left(\frac{\theta}{y+\theta}\right) \chi(1+z),$$

et

$$\varphi\left(\frac{\theta}{y+\theta}\right) = (y+\theta)^{-\mu-\nu\ldots}[y+(1-a)\theta]^{\mu}[y+(1-b)\theta]^{\nu}\ldots\Phi\left(\frac{\theta}{y+\theta}\right),$$

il est clair que, pour un module de z égal à y, et pour une valeur de θ positive, mais inférieure ou tout au plus égale à l'unité, l'expression

$$f\left(\frac{\theta}{y+\theta}, z\right)$$

restera fonction continue de θ, si y surpasse non-seulement θ, mais encore les modules des produits

$$(1-a)\theta, \quad (1-b)\theta, \ldots,$$

et à plus forte raison, si y surpasse non-seulement l'unité, mais encore les modules des différences

$$1-a, \quad 1-b, \ldots.$$

Donc, l'expression

$$f\left(\frac{\theta}{y+\theta}, z\right)$$

restera, dans l'hypothèse admise, fonction continue de θ, si chacun des rapports

$$\frac{1}{y}, \quad \frac{1-a}{y}, \quad \frac{1-b}{y}, \ldots.$$

offre un module inférieur à l'unité, ou, ce qui revient au même, si les rapports

(17) $$\frac{a'}{1-a'}, \quad \frac{b'}{1-b'}, \ldots$$

et les produits de ces rapports par les différences

(18) $$1-a, \quad 1-b, \ldots,$$

offrent tous des modules inférieurs à l'unité. D'ailleurs, cette condition étant

supposée remplie, on prouvera sans peine, par des raisonnements semblables à ceux dont nous avons précédemment fait usage (*voir* le 2[e] corollaire du 1[er] théorème), que l'expression

$$\mathrm{f}\left(x, \theta\,\frac{1-x}{x}\right) = \mathrm{f}\left[x, \theta\,(x^{-1}-1)\right]$$

restera fonction continue de x et de θ pour un module de x inférieur, mais sensiblement égal à 1, et pour une valeur positive de θ qui ne surpasse pas l'unité.

» *Corollaire* 2[e]. Si, dans la formule (11), on réduit θ à l'unité, cette formule donnera simplement

$$\mathrm{A}_n = \Sigma \mathrm{H}_{m,n'}.$$

D'ailleurs, quand on pose $\theta = 1$, la fonction

$$\mathrm{f}\left(x, \theta\,\frac{1-x}{x}\right)$$

se réduit à

$$\mathrm{f}\left(x, \frac{1-x}{x}\right),$$

et la formule (14) donne

$$\mathrm{f}\left(x, \frac{1-x}{x}\right) = (1-x)^{-s}\varphi(x)\chi\left(\frac{1}{x}\right).$$

Cela posé, les principes établis dans le 3[e] théorème, et dans son premier corollaire, entraînent évidemment la proposition snivante :

» 4[e] *Théorème*. Soit $\mathrm{F}(x)$ une fonction de x déterminée par le système des formules

(19) $$\mathrm{F}(x) = (1-x)^{-s}\varphi(x)\chi\left(\frac{1}{x}\right),$$

(20) $$\begin{cases} \varphi(x) = (1-ax)^{\mu}(1-bx)^{\nu}\ldots\Phi(x), \\ \chi(x) = (1-a'x)^{\mu'}(1-b'x)^{\nu'}\ldots\mathrm{X}(x), \end{cases}$$

dans lesquelles s désigne une constante quelconque, $\mu, \nu, \ldots, \mu', \nu', \ldots$ des exposants réels, $a, b, \ldots, a', b', \ldots$ des coefficients dont les modules sont inférieurs à l'unité, et $\Phi(x)$, $\mathrm{X}(x)$ deux fonctions toujours continues de x. Soit de plus A_n le coefficient de x^n dans le développement de la fonction $\mathrm{F}(x)$ en série

ordonnée suivant les puissances entières, positives, nulle et négatives de x. Enfin nommons y le rapport des variables complémentaires $1 - x$ et x, en sorte qu'on ait

$$y = \frac{1 - x}{x}.$$

Non-seulement la valeur de $F(x)$ pourra être présentée sous la forme

(21) $$F(x) = (1 - x)^{-s} \varphi(x) \chi(1 + y);$$

mais, de plus, au développement de $\chi(1 + y)$ en série ordonnée suivant les puissances ascendantes de y, correspondra un développement de A_n qui sera convergent avec la série modulaire correspondante, et qui représentera la valeur même de A_n, si les rapports

$$\frac{a'}{1 - a}, \quad \frac{b'}{1 - b'}, \ldots,$$

et les produits de ces mêmes rapports par les différences

$$1 - a, \quad 1 - b, \ldots,$$

offrent tous des modules inférieurs à l'unité.

» *Corollaire* 1er. Chacun des rapports

$$\frac{a'}{1 - a'}, \quad \frac{b'}{1 - b'}, \ldots$$

offrira certainement un module inférieur à l'unité, si chacun des coefficients offre un module inférieur à $\frac{1}{2}$.

» *Corollaire* 2e. Comme, par hypothèse, chacun des coefficients

$$a, \quad b, \ldots$$

offre un module inférieur à l'unité, il en résulte que chacune des différences

$$1 - a, \quad 1 - b, \ldots$$

offre certainement un module inférieur à 2. Il est aisé d'en conclure que les conditions énoncées dans le 4e théorème seront remplies, si les modules des

coefficients

$$a', \quad b', \ldots$$

sont tous inférieurs non-seulement à $\frac{1}{2}$, mais encore à $\frac{1}{3}$. Alors, en effet, chacun des rapports

$$\frac{a'}{1-a'}, \quad \frac{b'}{1-b'}, \ldots$$

offrira un module inférieur à $\frac{1}{2}$; d'où il suit que les produits de ces mêmes rapports par les différences

$$1-a, \quad 1-b, \ldots$$

offriront tous des modules inférieurs à l'unité.

» Dans un prochain article, je développerai les conséquences importantes qui peuvent se déduire en analyse, et surtout en astronomie, des propositions et des formules générales que je viens d'établir. »

M. **Francoeur** fait hommage à l'Académie, d'un exemplaire de l'ouvrage qu'il vient de publier sous le titre de *Traité d'Arithmétique appliquée à la Banque, au Commerce, à l'Industrie*, etc.

RAPPORTS.

MÉCANIQUE. — *Rapport sur un nouveau système d'écluse à flotteur, inventé par* M. **D. Girard**.

(Commissaires, MM. Coriolis, Piobert, Seguier, Poncelet rapporteur.)

« L'Académie des Sciences avait renvoyé à une Commission composée de MM. Coriolis, Piobert et Seguier, l'examen d'un premier système *d'écluse à bassin flottant et à siphons alternatifs*, qui lui avait été présenté par M. Girard, dans sa séance du 7 février 1842. Cet examen rentrait dans la spécialité des études et des connaissances de M. Coriolis, dont nous regretterons longtemps la perte prématurée; aussi notre savant confrère voulut-il bien se charger de la rédaction du Rapport, qui fut retrouvé parmi ses papiers, dans un état assez avancé pour qu'il puisse paraître sous les auspices de l'ancienne Commission, à laquelle l'Académie m'a fait l'honneur de m'adjoindre dans

la séance du 2 octobre 1843. Il nous a semblé d'autant plus convenable de consigner ici cette primitive rédaction, qu'indépendamment du motif tiré de la parfaite compétence de son auteur, elle concerne une combinaison dont il est utile de conserver des traces, et dont M. Girard a, depuis, complétement modifié le dispositif.

» Voici en quels termes s'exprimait M. Coriolis dans son projet de Rapport :

« L'auteur du système d'écluse soumis au jugement de l'Académie, a eu » en vue d'éviter les dépenses d'eau qu'exige la navigation dans les canaux, » et d'opérer, à cet effet, le passage des bateaux aux écluses, sans consom- » mer le volume de liquide nécessaire pour remplir le sas.

» Depuis longtemps on a cherché divers moyens d'atteindre le but que » s'est proposé M. Girard; on doit citer comme les plus marquants: les plans » inclinés de Reynolds et Fulton, les écluses à chariot de l'ingénieur Merca- » dier, celles à sas mobile de Solage et Bossut, celles à flotteur et à contre- » poids de l'ingénieur Betancourt, et enfin celles à piston et siphon de M. Bur- » din. Nous mentionnerons encore un système de M. Thilorier, breveté déjà » anciennement; mais, attendu que c'est par l'emploi d'une force auxiliaire » comme celle du vent ou des chevaux, que l'eau dépensée est remontée, on » ne doit pas comprendre cette conception au nombre de celles qui ont pour » but d'employer le travail de l'eau qui descend, à en remonter, à très-peu » près, le même volume.

» Dans les systèmes de Reynolds, Fulton et Mercadier, on opère la re- » monte d'un bateau en se servant de l'action de la descente d'un autre ba- » teau, et en les plaçant directement sur des chariots qui roulent sur des » plans inclinés, ou en les laissant dans des caisses pleines d'eau où ils flot- » tent, pendant que celles-ci sont transportées sur les chariots.

» Dans l'écluse de Solage et Bossut, le sas, mobile entre le bief supérieur » et le bief inférieur, est supporté verticalement par un caisson plongeant » dans l'eau d'un puits dont le mouvement de descente ou d'ascension est » produit par une addition ou une soustraction d'eau dans le sas. Le système » de Betancourt consiste à mettre un réservoir en communication avec le sas » et à faire monter et croître le niveau de l'eau dans ce dernier, au moyen » d'un flotteur qui s'enfonce et se retire du réservoir avec assez de facilité, » vu qu'il est équilibré, à très-peu près, dans toutes les positions, au moyen » d'un contre-poids d'un effet variable.

» Le système de M. Burdin est aussi basé sur l'usage d'un réservoir latéral » en communication avec le sas; ce réservoir est fermé de tous côtés, contre

» l'introduction de l'air, par un couvercle et un piston renversé; de sorte que » le mouvement du piston agit comme celui d'une pompe aspirante, pour » faire entrer, dans le réservoir, ou en faire sortir tout le volume d'eau que » peut contenir le sas, sans que néanmoins, le centre de gravité de tout le » liquide contenu dans les deux bassins, change de niveau, et sans qu'on ait » ainsi à dépenser, pour opérer le mouvement, d'autre travail que celui qui » est nécessaire pour vaincre les frottements.

» Le moyen imaginé par M. Girard diffère assez de tous ceux qu'on vient » d'indiquer pour constituer une nouvelle invention; il participe à la fois du » système à flotteur de Betancourt et du système à siphon de M. Burdin.

» Voici en quoi il consiste :

» A côté du sas on établit un large puits ou bassin rempli d'eau sur une » assez grande profondeur; une caisse prismatique soutenue par un flotteur » vide, de moindres dimensions et plongeant dans ce puits ou réservoir, » contient elle-même de l'eau jusqu'à un certain niveau et en quantité » suffisante pour remplir le sas. Lorsque celui-ci est vide et qu'on veut » le remplir, le niveau dans le flotteur est d'une petite hauteur, de 5 cen- » timètres environ, au-dessus de celui du sas, c'est-à-dire du bief infé- » rieur. De grands siphons, au nombre de dix, toujours remplis d'eau, » pouvant, par l'ouverture de robinets, mettre en communication le liquide » qui est contenu dans la caisse flottante et celui du sas, l'écoulement s'o- » père de la première capacité dans la deuxième; mais, dès que cet écou- » lement commence, le niveau, dans la caisse flottante, tend à s'abaisser; » celle-ci perdant une partie de son poids, se relève d'une certaine quantité, » laquelle dépend des rapports établis entre la superficie de l'eau qu'elle » contient et celle de l'eau sur laquelle elle flotte dans le puits. Il est facile de » calculer ces rapports de telle sorte, que le niveau de l'eau dans la caisse se » relève de la même quantité que celui du liquide contenu dans le sas. C'est » en cela que consiste l'idée principale qui fait le mérite de l'invention de » M. Girard.

» L'écoulement continue dans les mêmes conditions jusqu'à ce que, par » des dispositifs de construction et par la fermeture de robinets placés dans » les siphons pour en arrêter ou en déterminer le jeu, il se trouve forcément » suspendu. Ceci arrive quand l'eau, dans le sas, est à environ 10 centimètres » au-dessous du niveau du bief supérieur, celui du liquide dans la caisse flot- » tante étant alors à 5 centimètres seulement au-dessous de ce même ni- » veau. A cet instant, et pour faire passer le bateau du sas dans le bief supé-

» rieur, il suffit de tirer de celui-ci, en ouvrant les portes d'amont, une » dernière couche d'eau de 10 centimètres d'épaisseur.

» Le passage étant ainsi effectué et les portes refermées, il est facile d'exécuter la manœuvre contraire, c'est-à-dire de faire baisser le niveau dans le » sas, et d'opérer la descente d'un bateau qui y serait entré en venant du » bief supérieur; il suffit d'ouvrir les robinets des siphons. Le niveau de » l'eau contenue dans la caisse flottante où aboutissent ces siphons, se trou» vant, en effet, de 5 centimètres plus bas que celui du liquide dans le sas, » l'écoulement a lieu de cette dernière capacité dans la première, et, à me» sure que la caisse flottante reçoit du liquide, elle s'enfonce et le niveau du » sas s'abaisse. D'une autre part, le niveau dans le puits se relevant par cet » enfoncement de la caisse, il en résulte, pour le niveau absolu dans celle-ci, » une descente qui est la différence de deux effets opposés. Par les rapports » déjà établis entre les sections de l'eau dans le sas, dans la caisse et dans le » puits, ainsi que la section de flottaison du plongeur, le niveau s'abaissera » dans la caisse, de la même quantité que dans le sas, c'est-à-dire en sens » inverse de ce qui avait lieu dans la période ascendante. Ainsi l'écoulement » continuera dans les mêmes conditions, et le sas achèvera de se vider jusqu'à » l'instant où son niveau n'étant plus qu'à 10 centimètres au-dessus de celui » du bief inférieur, les robinets des siphons viendront à se fermer par le » dispositif même des constructions ou à la volonté de l'éclusier. Le niveau » de l'eau dans le flotteur n'est alors qu'à 5 centimètres au-dessus de celui du » bief d'aval, et, en faisant écouler dans ce bief les 10 centimètres excédants » de hauteur d'eau, qui restaient dans le sas, les choses sont ramenées à l'état » primitif, puisque le niveau dans le flotteur, se trouve à 5 centimètres au» dessus de celui du sas.

» Il est facile, comme on l'a dit, d'établir entre les diverses superficies » des bassins et du flotteur, la relation nécessaire pour assurer les effets » d'élévation et d'abaissement des divers niveaux qui viennent d'être indi» qués. Les formules montrent que les dimensions à donner au puits et au » flotteur, sont une des difficultés de la réalisation de l'idée de l'auteur. » Néanmoins ces dimensions, bien qu'elles entraînent une assez grande dé» pense d'établissement, ne doivent pas être regardées comme rendant le » système impraticable.

» M. Girard estime à 60 000 francs tous les frais de construction qu'il » faudrait ajouter à ceux d'une écluse de 33 mètres de longueur sur 5 mè» tres de largeur, pour y établir son système. Nous pensons que cette esti-

» mation devrait être portée à 70000 francs; malgré cet excédant de dé-
» pense, nous croyons que, là où l'on s'est vu dans la nécessité d'établir des
» machines à vapeur pour économiser l'eau qu'exige la navigation, il y au-
» rait avantage à employer de préférence le système de l'auteur.

» Nous n'entrerons pas ici dans tous les détails de construction; on doit se
» préoccuper principalement des moyens d'entretenir les siphons pleins de
» liquide ou d'en retirer l'air; cela nécessiterait une dépense de force motrice
» à laquelle ne suffiraient peut-être pas les éclusiers; il faudrait donc ou un
» manége à un cheval, ou une très-petite machine à vapeur de la force
» d'un cheval environ. »

» Là se terminait le projet de Rapport de M. Coriolis, et l'on voit que, sans se dissimuler les graves objections auxquelles donne lieu le primitif système d'écluse de M. Girard, néanmoins notre regrettable confrère n'en repoussait pas, d'une manière absolue, l'application à la navigation des canaux où le manque d'eau se fait sentir, et lui reconnaissait même une supériorité incontestable sur tous les systèmes proposés antérieurement dans un but analogue. Les heureuses modifications, les simplifications notables apportées par l'inventeur, à ce même système, dans sa Note du 2 octobre 1843, nous paraissent, en conséquence, mériter à un haut degré l'attention des ingénieurs et de l'Académie. Elles constituent, en effet, un système d'écluse à flotteur, pour ainsi dire entièrement neuf, et beaucoup mieux approprié aux besoins de la navigation.

» Renonçant désormais à l'idée de se servir de siphons supérieurs, dont le jeu est si difficile à maintenir, et de faire plonger le flotteur dans un puits qui, par son extrême profondeur et son isolement, offre des inconvénients non moindres, M. Girard, après quelques tentatives qu'il est inutile d'exposer ici, fut conduit à remplacer le plongeur par une capacité de mêmes forme et dimensions que le bassin supérieur, destinée à recevoir l'eau du bief d'aval au moyen d'un siphon renversé entièrement fixe, et dont la branche verticale correspondante traverse à la fois le radier du puits et le fond du bassin inférieur, muni, à cet effet, de garnitures en cuir.

» De tels siphons étant exempts des défauts inhérents à ceux qui s'élèvent au-dessus des niveaux entre lesquels ils établissent la communication, l'auteur en a appliqué également le dispositif au bassin supérieur, à cela près que la branche verticale correspondante du siphon y amène l'eau du bief d'amont, par l'intermédiaire d'un fourreau ou manchon cylindrique enveloppe, servant à relier les deux fonds du flotteur, et que cette branche traverse librement en glissant contre des garnitures en cuir dont il est muni à

son extrémité la plus basse; ces garnitures ont, d'ailleurs, comme les précédentes, pour objet de s'opposer à l'introduction de l'eau, du puits ou du sas, dans les compartiments où elle est soumise à une moindre pression.

» Tout l'appareil flottant se trouve ainsi réduit à un caisson prismatique divisé, par un diaphragme ou fond intermédiaire, en deux compartiments distincts, communiquant avec l'air extérieur, soit directement, soit par le moyen d'un tube qui traverse le plus élevé d'entre eux. M. Girard exécute les parois et le double fond de ce caisson en tôle de $0^{m},003$ d'épaisseur, renforcée par des supports en fonte, évidés, qui offrent une combinaison suffisamment solide, attendu que les pressions, exercées de part et d'autre du fond le plus bas, se font, à très-peu près, équilibre : de semblables constructions, dont il existe de nombreux exemples en Angleterre et en France, ne sauraient présenter des difficultés d'exécution sérieuses. Un flotteur, placé à la surface de l'eau du compartiment inférieur, indique, à tous les instants, la hauteur relative du niveau de cette eau ou son épaisseur. Enfin, les siphons, réduits au nombre de deux, sont, comme dans le primitif système de l'auteur, munis de clapets destinés à établir ou à interrompre la communication entre les compartiments et les biefs respectifs, lors de leur manœuvre à l'aide d'un appareil à déclic et à leviers que le flotteur fait agir à la fin de chacune des oscillations.

» Maintenant, si l'on suppose que, les niveaux des biefs étant invariables, on donne à chacun des compartiments prismatiques du caisson, une hauteur égale à la distance de ces niveaux, qui constitue la chute à franchir, et une section horizontale équivalente à celle du sas et de l'espace demeuré libre dans le puits, on aura toutes les données nécessaires pour saisir la manœuvre de cette nouvelle disposition d'écluse.

» Considérons, en effet, le système à l'instant où, les portes d'amont étant fermées, et celles d'aval ouvertes, pour introduire un bateau dans le sas, le caisson, vide, flotte librement à la surface de l'eau du puits dont le niveau est le même que celui du sas; il est clair qu'en vertu de son poids, il plongera au-dessous de cette surface, d'une certaine hauteur supposée toujours de $0^{m},05$, par M. Girard, qui néglige l'épaisseur des fonds des compartiments. Par suite, les fonds se trouveront respectivement abaissés, de cette même quantité, au-dessous des niveaux correspondants des biefs d'aval et d'amont; ce qui permettra à l'eau de ces biefs, de s'introduire simultanément dans les compartiments, lorsque, après avoir fermé les portes d'aval, on viendra à ouvrir les clapets des siphons. Supposant d'ailleurs les diamètres de ces siphons calculés de manière à écouler des quantités d'eau égales, sous une

même charge motrice et dans le même temps ; faisant, en outre, abstraction de l'épaisseur des parois du caisson, etc., ou supposant que l'on ait rendu ses sections, intérieure et extérieure, égales à celles du sas et de l'espace libre, ou jeu, dans le puits, on verra, en considérant les choses statiquement, ce qui est permis vu l'extrême lenteur du mouvement, que, si les compartiments reçoivent en effet deux tranches d'eau d'épaisseur égale x, le caisson s'enfoncera au-dessous du niveau extérieur mobile, d'une hauteur $2x$; et, comme ce niveau n'a pu se relever que d'une hauteur précisément égale à celle dont le caisson s'est abaissé en refoulant, par sa base, l'eau du puits dans le sas, il en résulte que cette élévation et cet abaissement absolus se réduisent simplement à x, c'est-à-dire à la hauteur même dont les niveaux se sont relevés dans les compartiments respectifs. Ces niveaux conserveront donc la même position absolue à toutes les époques de l'abaissement du caisson, si leurs distances, aux niveaux des biefs respectifs demeurés invariables, se trouvaient primitivement égales, ainsi qu'on le suppose.

» Dans le cas contraire, on voit, à priori, que les dénivellations ou charges motrices dont il s'agit, tendront à s'égaliser rapidement en vertu même des conditions qui servent de base à l'établissement du système ; car la charge initiale la plus forte donnant lieu, aux premiers instants, à une plus grande épaisseur de tranche d'eau dans le compartiment qui lui correspond, le caisson, et par conséquent le niveau dans l'autre compartiment, s'abaisseront de quantités absolues, supérieures à celles dont ce dernier niveau tend à s'élever d'une manière relative, c'est-à-dire en raison de l'accroissement d'épaisseur de la tranche d'eau produite sous la plus faible des charges motrices. Cette dernière charge s'accroissant ainsi de plus en plus, tandis que l'autre va, au contraire, en diminuant, il faut bien qu'elles convergent vers l'égalité, et que le mouvement du système finisse, au bout d'un temps assez court, par devenir permanent ou uniforme.

» Ces choses étant admises, on conçoit que la manœuvre du caisson, soit dans la descente, soit dans la montée, s'effectuera d'après les mêmes conditions que pour le premier système de M. Girard, conditions indiquées dans le précédent Rapport de M. Coriolis, et sur lesquelles il devient dès lors inutile d'insister. Il nous suffira de faire observer que le flotteur recevant ici, simultanément, un double volume d'eau de la part des biefs respectifs, il doit en résulter une plus grande rapidité dans la manœuvre, une moindre amplitude de mouvement, une plus faible profondeur de puits, et enfin une hauteur considérablement moindre pour tout l'appareil flottant.

» Le calcul démontre, en effet, que dans le primitif système de M. Girard,

la profondeur du radier du puits qui reçoit le plongeur, mesurée en contre-bas du niveau dans le bief d'amont, devrait égaler, quatre fois au moins, la hauteur de la chute maximum de l'écluse, tandis que la hauteur de toute la partie mobile du flotteur devrait surpasser le triple de cette même chute, dans les hypothèses les plus favorables où s'était effectivement placé l'inventeur. Pour le système à double compartiment, au contraire, on aperçoit, de suite, que la profondeur du puits et la hauteur du caisson se trouvent réduites au double seulement de la chute maximum qui, dans une canalisation régulière et convenablement établie, ne saurait différer beaucoup de la chute moyenne ou de régime. Or, de là il résulte, en particulier, que, pour de tels canaux dont les chutes maximums égaleraient, au plus, la profondeur d'eau des biefs, le radier du puits se trouverait abaissé de très-peu au-dessous de celui du sas, même en ayant égard aux vides ou jeux qui doivent être réservés au-dessus des nappes d'eau dans les compartiments, ainsi qu'entre le radier du puits et le fond du caisson parvenu à sa position la plus basse.

» Dans de pareilles circonstances, il y a tout lieu de croire que les dépenses de construction, nécessitées par l'application du système de M. Girard aux écluses existantes, ne s'élèveraient guère au delà de 45 000 francs, en supposant les travaux dirigés dans l'esprit d'économie et avec le talent d'exécution que l'on est en droit d'attendre des ingénieurs de notre époque. Pour des chutes de 3 à 4 mètres, la dépense pourra excéder de la moitié en sus, cette somme; mais nous pensons, avec M. Coriolis, que l'on ne doit pas trop se préoccuper des frais et des difficultés d'exécution, toutes les fois qu'il s'agira d'économiser l'eau dans les localités où le manque s'en fait assez sentir pour suspendre la navigation, amener le chômage des usines, l'assèchement des propriétés riveraines, et forcer à recourir au service si coûteux des machines à vapeur.

» D'un autre côté, il ne faut pas oublier le point de vue dynamique de la question, aujourd'hui trop dédaignée peut-être, mais dont les incessants progrès de l'industrie apprendront bientôt l'importance pour la prospérité même de la navigation et de l'art agricole ou manufacturier.

» Les canaux de Saint-Denis et de Saint-Martin, qui font éviter la traversée de la Seine à Paris, la gare de Saint-Ouen, alimentée par des puits artésiens et une machine à vapeur puissante qui chôme les trois quarts de l'année, en offrent des exemples d'autant plus frappants, qu'ils sont, pour ainsi dire, sous nos yeux et à notre portée. Sur ces canaux, qui font mouvoir des usines d'un revenu considérable, la valeur des chutes, qu'on paye de 800 à 1 000 francs par *cheval dynamique* ou *vapeur*, cette valeur est telle, que l'on préfère ré-

duire le nombre des passages journaliers plutôt que d'en abaisser le prix, véritablement inaccessible aux petits et aux moyens bateaux. Avec le système de M. Girard, on pourrait aisément décupler ce nombre, si le temps le permettait, ou réduire la consommation d'eau dans une égale proportion; ce qui serait d'un très-grand avantage pour les besoins de la ville et des usines.

» Il est aisé d'apercevoir, en effet, que, dans ce système, la perte par éclusée ne surpasserait guère celle que suppose une tranche d'eau de même section que le sas et d'une épaisseur de 20 centimètres, si l'on admet, avec l'auteur, que la manœuvre du caisson puisse s'opérer sous des charges motrices de 5 centimètres seulement, malgré les oscillations et abaissements inévitables du niveau dans les biefs. Ajoutons que, s'il arrive en réalité, pour les canaux qui viennent d'être cités, que la durée de la manœuvre des écluses soit un obstacle à la répétition des passages, même lors des grandes eaux, le système qui nous occupe offrira également l'avantage important d'économiser le temps en sacrifiant une plus grande portion de la masse liquide, par hypothèse disponible dans la circonstance dont il s'agit; car, on le conçoit sans difficulté, la durée de la manœuvre du caisson est, toutes choses égales d'ailleurs, proportionnelle à la vitesse avec laquelle l'eau arrive dans ses compartiments et en est expulsée; vitesse subordonnée à la grandeur même des charges motrices, et, par suite, à la consommation de liquide, qui constitue véritablement la perte ou le travail moteur nécessaire pour vaincre les différentes résistances.

» Cet exemple pourrait, à la rigueur, suffire pour montrer l'utilité pratique des applications de l'ingénieuse idée de M. Girard, et pour motiver, tout au moins, la tentative d'une application en grand, de cette idée, à un cas bien choisi. Mais l'excellent ouvrage de M. Minard, sur la Construction des canaux, nous en offre d'une nature différente et non moins dignes d'attention. On y lit, en effet (chap. XXIII), que les entraves de la navigation artificielle proviennent principalement de la multiplicité des écluses, du peu d'étendue superficielle de certains biefs promptement asséchés par la répétition des passages, des pertes de temps et d'eau occasionnées par les sas accolés. On y voit, par contre, combien l'emploi des grandes chutes serait avantageux, si elles n'avaient l'inconvénient d'augmenter beaucoup la dépense des éclusées, et de compromettre gravement la solidité des constructions, la sûreté des bateaux, par l'impétuosité des courants, qui, sous de telles chutes, s'établissent au travers des portes, des aqueducs ou des siphons de l'écluse. Enfin, on y lit (chap. XIII), qu'au canal du Centre, sur une étendue superficielle de 195000 mètres, une navigation de 3 bateaux pleins et de

3 bateaux vides, ou de 12 éclusées seulement par jour, occasionne une dépense d'eau équivalente à la moitié environ de celle qui provient de la réunion des autres causes de perte, telles que : évaporation, infiltrations et fuites de tous genres; pertes que l'on considère comme à peu près inévitables, mais dont l'influence relative se ferait beaucoup moins sentir, si la navigation devenait, comme on doit le supposer, deux ou trois fois plus active.

» Ces considérations et quelques autres qu'il serait inutile de développer et d'approfondir ici, prouvent, indépendamment des tentatives mêmes qui ont été faites à diverses époques pour améliorer l'ancien état de choses, au moyen des bassins d'épargne, des sas doubles, etc., ces considérations, disons-nous, prouvent et font ressortir les avantages d'un système d'écluse qui, tout en venant en aide aux combinaisons existantes, sans les modifier ou leur nuire, sans même suspendre leur action, dispenserait de mettre en jeu, en pure perte, cette énormité de force vive qui caractérise le système actuel, et ferait économiser les neuf dixièmes, et plus encore dans le cas des fortes chutes, non pas, il est vrai, de la totalité de l'eau dépensée, mais bien de celle que les circonstances locales et les pertes inévitables laissent véritablement disponible dans chaque bief, chaque portion de canal, où, comme on l'a dit, son insuffisance se fait le plus sentir, et devient une cause fâcheuse de ralentissement pour la navigation.

» La combinaison imaginée en dernier lieu par M. Girard, nous a semblé, de prime abord, susceptible de remplir ces importantes conditions, sinon dans son état actuel, du moins par les perfectionnements et l'extension qu'elle peut recevoir dans son mode d'application aux divers genres d'écluses. L'idée mécanique sur laquelle elle repose, aura, si nous ne nous trompons, le sort de toutes les inventions originales et fécondes, qui, mal appréciées à leur début, et présentant certaines imperfections, finissent par obtenir, du temps et de l'expérience, une sanction qui met leur utilité pratique tout à fait à l'abri de contestation.

» Le flotteur à double compartiment, tel qu'il a été exécuté par l'auteur, à l'échelle du dixième, en un modèle que les Commissaires de l'Académie ont fait fonctionner sous leurs yeux, ce flotteur, en effet, se présente bien moins comme un moteur universel, quoique c'en soit un véritable, que comme un instrument dont l'emploi, en lui-même délicat et sujet à quelques difficultés, exige de l'exercice pour être convenablement dirigé, mais qui, en raison même de l'importance de ses applications, ne tardera guère, sans doute, à acquérir ce degré de perfection qui caractérise toute bonne machine, et lui permet de se passer, jusqu'à un certain point, du secours de l'in-

telligence de l'homme. Qu'on songe à ce qu'étaient autrefois les meilleures machines, à ce qu'elles sont devenues de nos jours; qu'on veuille bien prendre en considération les tentatives infructueuses de tant d'ingénieurs éminents dans la question présente, et l'on se gardera de repousser, à priori, une solution qui a exigé de son ingénieux auteur, sept années d'efforts persévérants, rendus souvent pénibles par le manque de ressources et de facilités de tous genres.

» Ces réflexions ont paru indispensables pour éviter qu'on se méprenne sur le but et les intentions qui ont conduit à exposer, dans la suite de ce Rapport, les principales objections que soulève contre elle l'application du dernier système de M. Girard malgré son incontestable supériorité sur les précédents. Ces objections, soumises à un examen approfondi à l'aide du calcul, laissent apercevoir, en effet, des moyens de solution assez généraux, assez efficaces pour soustraire, sans trop de complication, l'appareil aux différentes chances d'insuccès, et permettre d'en étendre l'application aux circonstances variées que présente la navigation dans les canaux.

» *Variation du niveau des biefs.* — Le principe qui sert de fondement au système d'écluse de M. Girard, repose, comme on l'a vu, sur l'hypothèse de l'invariabilité des niveaux, d'où résulte la constance même des charges motrices qui servent à entretenir l'écoulement du liquide dans les siphons; ces charges n'ayant que $0^{m},05$ environ de hauteur, deviennent comparables aux abaissements du niveau des biefs, même dans le cas où ceux-ci sembleraient pouvoir être considérés comme à peu près indéfinis. Ainsi, par exemple, pour des éclusées moyennes de 500 mètres cubes d'eau à introduire dans les compartiments du flotteur, des biefs de 40000 mètres superficiels éprouveraient un abaissement général de $0^{m},0125$, s'ils avaient une largeur peu différente de leur longueur.

» L'abaissement près de l'écluse, en tenant compte de la pente superficielle et de la chute ou dépression nécessaires pour vaincre les résistances du lit et l'inertie de la masse liquide, serait le double, au moins, de la valeur qui vient d'être indiquée ou de $0^{m},03$ environ, si, comme il arrive d'ordinaire, la longueur des biefs était incomparablement plus grande que leur largeur transversale.

» Pour des biefs beaucoup plus courts et tels qu'il s'en présente souvent dans les canaux, l'abaissement n'aurait, pour ainsi dire, d'autre limite que celle du rapport même existant entre leur étendue superficielle et l'aire des sections transversales du caisson destiné à en recevoir le liquide.

» Ces considérations suffisent pour montrer la nécessité d'abandonner

l'hypothèse des niveaux constants, et d'avoir égard à leur abaissement graduel dans les biefs, abaissement qui, mesuré non loin de l'entrée des siphons ou de leurs canaux d'amenée, demeure, à quelques différences près, proportionnel au volume de liquide écoulé. Or l'analyse, appliquée à cet état de choses, conduit à un ensemble de formules propres à démontrer la possibilité de satisfaire à toutes les conditions de la question, au moyen d'un caisson unique, divisé en deux compartiments de même section horizontale, mais dont les hauteurs, au lieu d'être, comme dans la primitive hypothèse de M. Girard, égales à la chute entière de l'écluse, doivent, plus généralement, en devenir des fractions déterminées par les volumes respectifs de liquide qu'il faut admettre dans les compartiments, afin de satisfaire aux nouvelles données de la question; volumes qui dépendent à la fois, de la vitesse moyenne ou de régime à imprimer au caisson, ainsi que des rapports existants entre les aires de ses sections transversales, celles du sas et des biefs qui le précèdent ou le suivent immédiatement.

» Le développement de cette analyse assez délicate et étendue, fait l'objet de diverses Notes que l'un d'entre nous se propose de publier à la suite de ce Rapport. Afin de ne point fatiguer par trop l'attention de l'Académie, on se contentera ici de dire que, dans ces Notes, l'on s'est principalement préoccupé: 1° des conditions propres à assurer la permanence du mouvement et la régularité de la manœuvre du flotteur, dans l'hypothèse où sa durée, ainsi que le volume de liquide à sacrifier, seraient donnés à priori; 2° des moyens de tenir compte, dans les formules servant à fixer les dimensions de l'appareil, des changements qui peuvent survenir dans la chute totale, non pas seulement en raison de la manœuvre du caisson, mais bien par l'effet de la répétition consécutive des éclusées ou du manque d'eau, qui, à certaines époques de l'année, obligerait à le faire fonctionner dans des conditions exceptionnelles dont son application aux écluses a précisément pour objet de rendre l'existence très-rare; ajoutons que la possibilité de satisfaire à ces nouvelles conditions est fondée sur l'idée ingénieuse que M. Girard a eue d'introduire, dans le compartiment inférieur du caisson, une tranche d'eau initiale, d'une épaisseur variable, à peu près égale à la diminution survenue dans la chute normale, et qui a pour effet d'abaisser l'appareil flottant d'une hauteur convenable par rapport aux niveaux des deux biefs, tout en réduisant l'intervalle compris entre les niveaux intérieurs des compartiments, à la hauteur même de cette chute, ou à la distance initiale des précédents niveaux; 3° enfin, de montrer la possibilité d'étendre la solution relative aux cas de deux simples compartiments et des biefs ou sas accolés qui leur correspon-

dent, à celui d'un plus grand nombre de compartiments et de biefs, de façon à embrasser, par exemple, les circonstances qui se rapportent aux bassins d'épargne, dont le but économique, bien qu'analogue à celui que s'est proposé M. Girard, ne s'y trouve pas, à beaucoup près, atteint d'une manière aussi efficace.

» L'établissement d'un caisson à compartiments triples et, à fortiori, quadruples, donnant lieu à des complications inévitables, soit quant au système de construction, soit quant à la manœuvre, on n'a pas jugé utile de s'étendre sur cette partie de la solution, beaucoup plus théorique, peut-être, que pratique. Par des motifs analogues, on s'est fort peu préoccupé des moyens de satisfaire aux conditions relatives à l'hypothèse où les berges des biefs d'alimentation, au lieu d'être verticales, comme le suppose la précédente analyse, offriraient un talus assez doux pour rendre appréciables les effets dus aux variations de l'aire des surfaces de niveaux ou sections supérieures de ces biefs. On comprend, de suite, qu'il suffirait de donner aux parois intérieures et extérieures du caisson et du puits qui le renferme, une inclinaison convenable et généralement très-légère, pour lever toutes difficultés. Mais il faut observer que, dans le cas des biefs très-courts et d'une capacité comparable à celle d'un sas ordinaire, on ne manquera pas d'en revêtir les berges verticalement, tandis que, s'il s'agit de biefs très-longs, ou de bassins d'une grande étendue, les variations du niveau devenant insensibles, rendront l'influence du talus des berges ou tout à fait négligeable, ou facile à éviter par un revêtissement peu coûteux, formé d'un seul gradin, embrassant la très-petite hauteur relative à l'amplitude maximum de ces variations; ce qui dispensera de recourir à toute espèce de complication dans l'établissement de l'appareil et des formules.

» *Oscillations des niveaux.* — Les solutions dont il s'agit, ne tenant aucun compte des oscillations, des flux et reflux qui surviennent inévitablement dans les biefs, à la suite des éclusées, ou par le déplacement des bateaux qui les parcourent, il convient également d'observer que leur présence, bien qu'elle modifie, à chaque instant, la grandeur des charges motrices qui produisent l'écoulement du liquide au travers des siphons, ne saurait, néanmoins, altérer, d'une manière sensible, les résultats que l'on se propose d'obtenir par l'application du nouveau système.

» Pour les biefs d'une faible étendue, le calcul, d'accord avec l'expérience, montre que la durée des oscillations est à peine de quelques secondes, et que leur amplitude, toujours en rapport avec l'intensité des causes excitatrices ou initiales, excède rarement 2 ou 3 centimètres, mesurés à partir du niveau

général ou moyen, considéré dans chacune de ses positions. En effet, le déplacement des bateaux et celui des masses liquides mises en mouvement par la manœuvre de l'appareil, s'opèrent ici, avec une extrême lenteur; l'affluence du liquide dans les compartiments du caisson, son évacuation dans les biefs respectifs, se trouveraient donc simplement soumis à une sorte d'alternative ou de périodicité à peu près indépendante du mouvement propre du flotteur, et qui porterait en elle sa compensation nécessaire.

» Pour les biefs, au contraire, très-étendus, il arrivera, ou que, la largeur étant comparable à la longueur, les oscillations y seront peu sensibles, ou que, la longueur devenant comme infinie par rapport à la largeur, les ondes joindront à une amplitude appréciable, une durée qui permettra à l'éclusier d'en mettre à profit les alternatives ou d'en éviter les effets perturbateurs. Par exemple, si ces ondes sont excitées par l'arrivée d'un bateau dont la marche est plus ou moins rapide, on en sera prévenu assez à temps pour exécuter la manœuvre qui doit lui donner accès dans le sas; opération après laquelle, l'onde venant à s'éloigner et le niveau à se rétablir, il sera facile de dégager le bateau du sas, par une manœuvre précisément inverse.

» Cette discussion montre, au surplus, que le cas le plus défavorable se rapporte aux sas éclusés simples, précédés ou suivis de canaux d'une moyenne longueur, cas pour lequel il deviendrait nécessaire d'augmenter, de doubler peut-être, la hauteur de $0^{m},05$, attribuée moyennement, par M. Girard, aux charges motrices des siphons, ainsi que la consommation d'eau qui en est la conséquence inévitable. Aussi pensons-nous que, dans de telles conditions, l'appareil à flotteur qui nous occupe, n'offrirait que des avantages relatifs, en eux-mêmes très-contestables, du moins pour les petites ou moyennes chutes; car, s'il s'agit de très-grandes chutes, de chutes de 4 mètres, par exemple, il en offrirait de très-réels, puisque la perte de liquide pourrait, de nouveau, être réduite au dixième de celle qui aurait lieu dans le système éclusé ordinaire.

» *Arrimage du caisson flottant.* — La stabilité exige que les masses les plus lourdes appartiennent au compartiment inférieur, et c'est ce qui a lieu dans le système de construction adopté par M. Girard, soit à cause des supports qui naturellement sont appelés à reporter, sur le fond de ce compartiment, la pression exercée sur celui du compartiment supérieur, soit par la distribution symétrique des fourreaux ou manchons qui, donnant accès au liquide ou à l'air extérieur, doivent avoir des sections égales et se correspondre exactement dans les deux compartiments, soit enfin par la distribu-

tion même des masses liquides, dont les plus fortes doivent toujours appartenir au compartiment le plus bas.

» Cette dernière condition se trouve, comme on l'a vu, remplie à l'égard de la tranche d'eau ou charge initiale servant à compenser les variations de la chute totale; mais elle doit l'être aussi pour le surplus des masses liquides admises dans les compartiments, et dont la plus considérable est, d'après les formules, toujours relative au plus grand des biefs d'alimentation. Ainsi notamment, dans le cas d'un sas double, le puits du flotteur devra communiquer avec le sas d'aval de préférence à celui d'amont, qui servira exclusivement à alimenter le compartiment supérieur.

» Mais ces conditions, tout importantes qu'elles soient, ne suffisent pas pour assurer la parfaite verticalité de la marche du caisson et empêcher toute espèce d'oscillations transversales qui pourraient provenir des courants et remous dont les masses intérieures seraient animées, si l'on n'avait pas disposé les embouchures des siphons et le fond même des compartiments ainsi qu'il sera bientôt expliqué.

» Pour atteindre le but indépendamment des conditions précitées, M. Girard propose de guider la marche du caisson à l'aide de galets à gorge, roulant sur trois barres verticales de fonte ou de fer; mais ce dispositif présente ici de très-graves inconvénients, attendu la grandeur des masses qui sont mises en mouvement. Il nous paraît, à plusieurs égards, préférable de laisser au caisson son entière liberté, et de le guider simplement au moyen de trois contre-poids, distribués symétriquement à son pourtour, qui doit, ainsi que le puits, être cylindrique pour la solidité et l'économie des constructions. Ces contre-poids seraient suspendus à l'extrémité de chaînes à maillons renforcés, passant sur la gorge d'autant de poulies montées sur des supports en fonte, évidés, et venant saisir l'anneau ou rebord supérieur du caisson, par trois mains fortement reliées, au moyen de montants, traverses et écharpes en fer, aux circonférences et aux centres des deux fonds, dont l'inférieur serait, en outre, consolidé par des pièces de charpente. Ce dispositif, analogue à celui de certains ponts-levis à chaînes et à poulies, n'offre aucune difficulté d'exécution; il aurait le précieux avantage, non-seulement d'assurer la verticalité du mouvement du caisson avec une énergie dépendante de la masse des contre-poids et de la distance de la poulie aux mains d'attache, mais encore de permettre de corriger, pour ainsi dire rigoureusement, l'inégalité inévitable de la distribution des masses propres du caisson, considéré dans la position initiale où il flotte, à peu près vide, à la surface du puits ou du sas.

» D'un autre côté, en examinant l'équation de l'équilibre hydrostatique qui doit avoir lieu pour cette même position, on reconnaît l'indispensable nécessité d'alléger le caisson au moyen des contre-poids, de le relever d'une certaine quantité par rapport au niveau extérieur, en dessous duquel il plonge, afin de se rendre maître de réduire, à volonté, la charge motrice qui doit, aux premiers instants, introduire l'eau du bief ou sas inférieur, dans le compartiment correspondant du caisson.

» En effet, le poids qui produit l'enfoncement initial de ce caisson se compose, non-seulement de celui de ses parties matérielles dont la valeur peut s'élever de 20 à 25 000 kilogrammes, mais aussi du poids de la tranche d'eau minimum ou initiale, qu'il convient de maintenir sur le fond du compartiment supérieur, afin d'en recouvrir les inégalités, même en cas d'oscillations. Or, cette tranche d'eau, la seule qui doive être prise ici en considération, puisque celle du compartiment inférieur plonge dans le liquide et porte avec elle, à très-peu près, sa compensation, cette tranche, disons-nous, ne saurait avoir moins de 2 à 3 centimètres d'épaisseur, ce qui ajoute 4 à 5 000 kilogrammes environ, au poids propre du caisson, et donne lieu à un enfoncement primitif ou initial, qui, dans le cas des sas éclusés simples ou ordinaires, peut s'élever de 10 à 15 centimètres, et surpasser ainsi, de beaucoup, la charge motrice qu'il s'agit d'établir pour le compartiment inférieur. Dans de telles circonstances, ce ne serait pas trop que de donner 5 à 6 000 kilogrammes à chacun des contre-poids, si les conditions réglementaires de la manœuvre du caisson exigeaient que l'on réduisît cette même charge à 4 ou 5 centimètres de hauteur.

» *Dispositif des siphons et de leurs accessoires.* — Les formules relatives à l'écoulement des liquides démontrent que, par une mauvaise disposition des embouchures de ces parties essentielles du système et des canaux d'amenée qui les précèdent, les charges motrices, nécessaires pour assurer l'introduction ou l'évacuation de l'eau, dans les compartiments, sous une vitesse donnée, peuvent être réduites à la moitié, aux deux tiers même, de leurs valeurs absolues ou totales, déterminées par les distances respectives des niveaux intérieurs et extérieurs. Elles indiquent aussi les avantages de l'agrandissement des diamètres ou sections, qui, entre certaines limites, peut compenser la réduction de ces charges effectives, et, par conséquent, l'accroissement de la perte d'eau qui leur demeure à peu près proportionnelle.

» Ces données du calcul doivent engager les constructeurs à évaser les embouchures extrêmes des siphons suivant la forme particulière, étudiée par les auteurs qui se sont occupés d'expériences sur la contraction des veines

fluides au sortir des orifices ou à l'entrée des tubes saillants ou rentrants. Mais il existe d'autres motifs, non moins puissants, d'adopter une pareille disposition, et qui sont relatifs à la nécessité de donner, à la section annulaire et verticale par laquelle l'eau arrive latéralement dans les siphons ou s'en échappe, la plus grande étendue possible, afin d'éviter les dépressions ou saillies, en forme de déversoir, qui ne manqueraient pas de s'établir au-dessus des embouchures, vers la fin et le commencement de chaque opération.

» Ces circonstances réunies, auxquelles on a donné toute l'attention nécessaire dans les Notes qui doivent suivre ce Rapport, conduisent à introduire diverses modifications essentielles dans le dispositif de siphons primitivement admis par M. Girard, notamment en ce qui concerne la manière dont leurs branches verticales, les plus courtes, peuvent s'ajuster avec le fond des compartiments, au moyen de fourreaux fixes ou mobiles évasés vers le haut et munis de cuirs emboutis, contre l'introduction extérieure de l'eau. Cette disposition, qui n'exige nullement le polissage ou l'alésage des tubes, comme le prouve l'excellent système de pompes dû à M. Letestu, offre d'ailleurs l'avantage de diminuer la hauteur des branches fixes des siphons, et de donner à l'ensemble des fourreaux mobiles, la liberté de jeu que peuvent réclamer les faibles oscillations transversales du flotteur.

» D'un autre côté, on facilitera beaucoup l'affluence et l'émission de l'eau au pourtour de ces fourreaux, en surmontant leur évasement d'un anneau plat situé dans le prolongement du plan de leur orifice supérieur, et qui viendra, dans leur position relative, la plus basse, s'appuyer sur les fonds correspondants du caisson. Quant aux pertes de chute qui peuvent être dues, soit aux frottements et aux rétrécissements de section éprouvés par le liquide dans l'intérieur du puits et du canal souterrain par lequel il communique avec le sas, soit aux forces vives imprimées à toute la masse fluide ou solide, soit enfin aux frottements des garnitures en cuir des fourreaux et des siphons, il est inutile de s'en inquiéter, attendu qu'elles se réduisent à des quantités, pour ainsi dire, insignifiantes, lors même qu'on supposerait le caisson animé d'une vitesse de $0^{m},025$ par seconde; ce qui lui permettrait de franchir une hauteur de $1^{m},5$ par minute, si cela devenait nécessaire.

» *Des clapets ou vannes de décharge.* — Pour livrer à l'eau un passage au travers des siphons, au commencement de chaque opération, et pour en arrêter l'écoulement vers la fin, M. Girard avait imaginé de se servir de clapets à siége conique, surmontés de chapiteaux en pointe, et que dirigeait verticalement une tige glissant entre des œillets ou guides. Comme on l'a vu précédemment, la manœuvre s'effectuait au moyen d'un système à déclic,

muni d'une couple de leviers portant deux mentonnets en saillie, que le flotteur devait mettre en action vers la fin de chaque course ascendante ou descendante. La hauteur de cette course ne différant de celle de la chute totale déterminée par le niveau des biefs ou sas extrêmes, que d'une quantité à peu près invariable lorsque les sections intérieures des compartiments du caisson n'offrent pas une trop grande différence avec la section extérieure, l'auteur supposait que l'écartement des mentonnets serait, lors du changement relatif des niveaux, rendu, par l'éclusier, précisément égal à la hauteur de la nouvelle chute.

» Sans insister sur les inconvénients ou les avantages inhérents à un pareil dispositif, nous ferons observer que les clapets imaginés par M. Girard offrent un poids et donnent lieu à des résistances trop considérables pour être facilement manœuvrés par l'éclusier au commencement de chaque opération, et pour qu'il n'en résulte pas des pertes de temps appréciables. Aussi pensons-nous que ces clapets seront avantageusement remplacés par des vannes verticales cylindriques, en tôle mince, analogues à celles que M. de Caligny a indiquées dans son projet de colonne oscillante (*), d'après l'exemple des machines de Cornwall. Ces vannes, ouvertes aux extrémités et munies d'un cuir à la partie inférieure, viendront, en s'abaissant, frotter contre les parois intérieures des siphons; ce qui interceptera entièrement l'écoulement du liquide, dont elles n'éprouveront, pour ainsi dire, aucune résistance, attendu que les pressions s'y faisant de toutes parts équilibre, elles n'auront besoin d'être maintenues dans leur direction verticale, que par de simples tiges en fer servant d'axes. L'intérieur de ces mêmes vannes, qui devront excéder le niveau supérieur des réservoirs ou biefs d'alimentation, communiquant directement avec les capacités correspondantes des compartiments du caisson, il deviendra très-facile d'observer les dénivellations ou charges initiales qui doivent produire, soit dans un sens, soit dans l'autre, l'écoulement au travers des siphons; ce qui est nécessaire pour régler le jeu de l'appareil lors du changement de niveau des biefs.

» La manœuvre des vannes régulatrices n'offrant désormais aucun obstacle, elle pourra être effectuée par l'éclusier, d'une manière pour ainsi dire instantanée et simultanément, au moyen d'une combinaison de leviers ou de chaînes et de poulies de renvoi, facile à imaginer, à moins qu'on ne préfère mettre en usage un système de déclics à contre-poids, analogue à

(*) Journal *l'Institut*, première section; année 1842, p. 76; et 1844, p. 424.

celui dont s'est servi M. Girard, et que le caisson ou des flotteurs convenablement disposés, viendraient mettre en mouvement à la fin de chacune des oscillations, pour opérer la fermeture des vannes. Il est d'ailleurs entendu que l'éclusier aurait, dans cette dernière hypothèse, à relever ensuite les vannes au commencement de l'oscillation suivante, et après le règlement des niveaux, s'ils s'étaient notablement dérangés depuis la dernière opération.

» *Établissement du puits et de ses accessoires.* — Les formules assignent au puits dans lequel flotte le caisson, et qui doit, comme on l'a vu, communiquer souterrainement avec le sas inférieur, si l'écluse est double, ou avec le sas intermédiaire si elle est triple, une profondeur qui, mesurée en contre-bas du niveau dans le bief d'aval, peut, dans le premier de ces cas, égaler la hauteur de la chute entière ou la somme des chutes partielles des écluses. Il résulte de là que, sauf le cas déjà mentionné des sas simples, à petite chute, le radier du puits devra se trouver à une profondeur, quelquefois très-grande, au-dessous de celui du sas principal; ce qui amènera des difficultés de construction sérieuses, mais dont, néanmoins, il ne faudrait pas s'exagérer, outre mesure, l'importance, à une époque où les combinaisons mécaniques offrent tant de ressources.

» S'il s'agit de fortes chutes ou d'écluses accolées, il arrivera, presque toujours, qu'elles se trouveront établies sur quelque revers de montagne qui facilitera beaucoup l'excavation du puits et l'évacuation des eaux de filtration, si tant est qu'il en existe. On ne manquera pas, d'ailleurs, d'écarter l'axe du puits du bajoyer du sas avec lequel il doit communiquer souterrainement et que nous supposerons déjà anciennement construit, d'une quantité d'autant plus considérable que le terrain sera plus mauvais ou plus perméable, et que le puits, lui-même, aura une plus grande profondeur. En éloignant, par exemple, sa margelle à 4, 8 ou 10 mètres du bajoyer dont il s'agit, ce qui n'a d'autre inconvénient que d'accroître un peu les dépenses de construction et les frottements du liquide, on ne courra aucun risque de compromettre la solidité de ce bajoyer, et encore moins celle du radier du sas, si d'ailleurs on a le soin de construire, tout d'abord, la maçonnerie d'enveloppe du puits en coupant à pic les terres de l'excavation réduite au strict nécessaire, et les soutenant, si les circonstances le réclament, par des étrésillons et coffrages qu'on enlèverait au fur et à mesure des progrès de la construction. Cette maçonnerie, descendue en contre-bas du radier du puits, et qui sera élargie, s'il se peut, au moyen de refouillements au droit

des fondations, mettra obstacle à toute action provenant des poussées et des filtrations intérieures ou extérieures.

» Rien ne s'oppose, au surplus, à ce que, préalablement ou simultanément, on établisse, par des procédés analogues, les maçonneries en béton, qui doivent envelopper les siphons d'amont et d'aval, exécutés, pour cette partie du moins, en tôle mince ou, mieux, en planches, comme il en existe des exemples dans les écluses actuelles. Et si, avant toutes choses, on a creusé, en un point favorable, un petit puits latéral ou accessoire en maçonnerie ou en coffrage, qui serve à attirer et à réunir les eaux de filtration vers le point le plus bas du terrain, on pourra, à l'aide des puissants moyens d'épuisement dus à M. Letestu, les élever incessamment au niveau du sol supérieur; ce qui rendra, sans aucun doute, toutes chances d'accidents et de retard à peu près impossible. Par la suite, ce même puits, qu'il faudra conserver, servira à l'épuisement des eaux et des vases du puits principal où doit flotter le caisson mobile.

» Après l'assèchement et la solidification indispensables de ces premières maçonneries, on pourra procéder, sans aucun danger, à l'excavation entière ou partielle du puits, à l'établissement de son radier en béton, coulé sous l'eau s'il est nécessaire, enfin à la construction de la galerie souterraine, de 2 mètres environ de largeur et de hauteur, qui doit établir la communication entre ce puits et le sas, au travers du bajoyer de celui-ci. Le parement intérieur de ce bajoyer sera préalablement revêtu, au droit du débouché de la galerie, d'un vannage mobile, en planches jointives, calfaté provisoirement au pourtour des coulisses qui seront pratiquées dans des montants, en bois de chêne, scellés contre la maçonnerie.

» Ce vannage remplira un double but: celui de permettre d'exécuter le percement du bajoyer sans suspendre le service habituel de l'écluse, sans craindre même les filtrations, et celui, non moins important peut-être, de permettre, à toute époque, d'isoler complétement le puits du sas, et d'aviser, en cas d'accidents, aux réparations du caisson.

» Il est bien entendu, d'ailleurs, que les parois verticales et le fond du canal souterrain devront être raccordés, avec les parois mêmes et le fond du puits, par des surfaces très-adoucies et évasées, de manière à faciliter l'entrée ou la sortie du liquide, aux instants où le caisson arrive au bas de sa course ou s'en éloigne. Il est pareillement superflu de faire observer que l'entrée du canal dont il s'agit, doit être munie d'un grillage qui s'oppose à l'introduction des pierres ou des corps flottants dans le puits, et que la même

précaution devrait être adoptée à l'égard du vide qui existe entre le caisson et la margelle supérieure de ce puits, si l'on avait à craindre les effets de la malveillance ou de la négligence; vide pour lequel, au surplus, un grillage en gros fil de fer pourra suffire.

» En insistant, comme nous venons de le faire, sur des détails familiers aux ingénieurs, nous avons eu bien moins la prétention de les éclairer que de prévenir les objections, en elles-mêmes spécieuses, qui pourraient être soulevées si, perdant de vue les ressources offertes, de nos jours, par la science des constructions, ou négligeant d'y donner une attention suffisante, on se laissait entraîner à croire que l'exécution d'une œuvre placée dans des conditions, en apparence aussi exceptionnelles, offrirait des obstacles à peu près insurmontables.

» *Règlement des niveaux et des charges motrices.* — L'ensemble des conditions auxquelles le caisson doit satisfaire pour assurer la régularité et la périodicité de la manœuvre dans les cas les plus compliqués ou les plus généraux, montre que cette régularité, cette périodicité, dépendent principalement de la valeur des charges motrices initiales ou dénivellations qui, aux premiers instants, produisent l'écoulement dans les siphons des compartiments. Il montre, en outre, que les charges initiales dont il s'agit doivent, aussi bien que les dénivellations finales près des portes busquées des sas, redevenir les mêmes pour deux opérations ou éclusées consécutives, si, comme il est naturel de le supposer, la vitesse de régime du caisson et la perte d'eau dans chacune de ces éclusées, doivent, à leur tour, demeurer invariables.

» Les formules prouvent, en effet, que, sous des dimensions données de l'appareil, des siphons et des biefs ou des sas, les charges motrices variables qui succèdent aux charges initiales, convergent vers des valeurs parfaitement déterminées et calculables au moyen de celles-ci, aussi bien que les pertes d'eau et la vitesse de régime dont il vient d'être parlé. Ces différentes quantités étant d'ailleurs indépendantes de la chute totale du système d'écluse à considérer, et pouvant ainsi conserver des valeurs constantes, malgré les changements de niveau survenus dans les biefs extrêmes, il en résulte que les niveaux intérieurs des compartiments du caisson se règlent par les mêmes procédés pour les sas éclusés multiples ou accolés, que pour les sas éclusés simples; sauf néanmoins ce qui concerne la tenue des hauteurs d'eau dans les premiers de ces sas, dont les chutes partielles, susceptibles de varier avec la chute totale, doivent, à des constantes près, lui demeurer proportionnelles.

» On ne doit pas se dissimuler que la nécessité de régler simultanément

les niveaux dans les compartiments et les différents sas, lorsque la chute totale vient à varier, est une des principales difficultés de l'application de l'appareil à la navigation; mais on peut se convaincre, par la discussion suivante, que leur solution pratique ne dépassera pas la portée de l'intelligence d'un simple éclusier.

» En effet, les changements de niveaux dans les grands biefs d'aval et d'amont, ne devenant ici appréciables que pour une succession assez grande d'éclusées consécutives, ou dans des circonstances tout à fait fortuites, provenant d'une mauvaise direction imprimée à la navigation dans les parties supérieures et inférieures du canal, ou, enfin, par suite d'une longue interruption de service de nuit ou de jour, l'éclusier n'aura à s'occuper du règlement de l'appareil que de loin en loin et à des époques où il en aura le loisir nécessaire. Il lui suffira alors d'examiner la position des différents niveaux qui se rapporte à l'instant où le caisson, flottant librement à la surface supérieure du sas principal ou intermédiaire, est dans la situation qui convient pour opérer, par sa propre descente, la montée d'un bateau introduit dans ce sas, dont le niveau est dans le prolongement de celui du sas ou bief inférieur avec lequel il communique alors librement, tandis que le niveau dans le sas supérieur est censé le même que celui du bief d'amont, dont les portes seront, à cet effet, restées ouvertes.

» D'une part, l'éclusier devra vérifier les charges motrices initiales des siphons; d'une autre, il aura à s'assurer que le niveau, commun au sas principal et au sas inférieur, occupe la position qui correspond à la hauteur actuelle de la chute. Des échelles graduées, placées dans les différents sas ou biefs et indiquant la tenue des niveaux, feront connaître cette chute relative aux biefs extrêmes, ainsi que l'abaissement du niveau, dans le sas principal, au-dessous de celui du bief ou du sas d'amont. Ce dernier abaissement devant, d'après les formules ou le tableau numérique qui les remplace, être une fraction déterminée de la chute entière, on lui rendra sa valeur en ouvrant, de très-peu et momentanément, la vantelle des portes d'aval ou d'amont du sas principal, afin d'en faire baisser ou hausser convenablement le niveau : il ne pourra d'ailleurs résulter de cette première rectification, qu'une perte d'eau devenue insensible par la faible variation des niveaux ou la rareté même de l'opération.

» Au lieu d'échelles graduées, placées dans les différents biefs ou sas, il sera peut-être plus commode de se servir, pour l'observation simultanée des niveaux, de flotteurs qui, par un renvoi de poulies et de cordons, communiqueraient le mouvement à autant de contre-poids disposés de manière à accuser, sur une échelle graduée, unique et à la portée de l'éclusier, les positions

absolues et relatives de ces différents niveaux, à un instant donné. Peut-être même, quoique nous n'en apercevions point actuellement le moyen, serait-il possible de tirer, par un dispositif plus ou moins analogue, du changement même des niveaux extrêmes, un procédé pour régler, simultanément et d'une manière spontanée, le jeu des diverses parties de l'appareil, de façon à le maintenir constamment dans l'état qui convient pour le faire fonctionner, sans pertes inutiles de temps ou de liquide : l'exemple de la machine à vapeur dont les différents tiroirs ou soupapes se manœuvraient naguères encore, par un aide agissant des pieds et des mains, cet exemple est là pour prouver, qu'en fait de mécanique, il ne faut jamais désespérer de la solution des problèmes en apparence les plus difficiles et les plus compliqués.

» A l'égard des charges motrices initiales des siphons, elles seront immédiatement données par la tenue des niveaux au dehors et au dedans des vannes cylindriques qui en ferment actuellement les entrées. Or, si l'on admet que, depuis la dernière opération, la charge relative au compartiment inférieur du caisson, n'ait pas varié, ou ait été rectifiée, en même temps que le niveau dans le sas principal, par une manœuvre convenable de ses portes et vantelles, il ne pourra arriver que de deux choses l'une : ou la chute totale aura diminué, et alors la tranche d'eau initiale du compartiment inférieur sera trop faible, ainsi que la charge motrice d'amont qui pourra même être négative, c'est-à-dire inverse; ou bien la charge totale aura augmenté, et alors la tranche initiale dont il s'agit, sera trop forte ainsi que la charge motrice du compartiment supérieur; car nous supposons aussi que la tranche d'eau initiale relative à ce dernier compartiment, ait conservé sa valeur minimum ou normale, à laquelle on peut toujours la réduire en ouvrant préalablement le robinet-vanne, dont le fond de ce même compartiment est supposé pourvu.

» Dans le premier cas, il suffirait d'introduire de l'eau dans le compartiment inférieur au moyen du robinet-vanne adapté à son fond; ce qui permettra d'abaisser le caisson jusqu'au point réclamé par la tenue du niveau dans le compartiment supérieur, puisque, en vertu de l'égalité des sections intérieure et extérieure du caisson, rien ne sera changé quant à la charge motrice de l'autre compartiment.

» Dans le deuxième cas, celui où la chute a haussé, on n'aura, en sa possession, aucun moyen direct de diminuer l'épaisseur initiale de la tranche d'eau du compartiment inférieur, dont, par hypothèse, le niveau est au-dessous de celui du sas ou du bief correspondant; il faudra alors, après avoir fermé les portes d'aval du sas principal, relever son niveau et celui du caisson

par une addition d'eau qui, en rendant la charge inférieure négative ou inverse, permette d'évacuer le trop-plein du compartiment dont il s'agit, etc.; ce qui entraînerait des pertes de temps et d'eau fâcheuses. Mais, comme l'accroissement de la chute et de la charge motrice supérieure n'a pu être fort considérable, il vaudra mieux laisser les choses dans cet état, et opérer la manœuvre descendante du caisson à la manière ordinaire, puisque la charge la plus forte se nivelant, en quelque sorte, par rapport à celle qui est la plus faible, la rectification des niveaux deviendra d'autant plus facile, à la reprise de l'opération suivante.

» Dans le fait, le dispositif de l'appareil offrira une infinité de ressources pour faire varier, soit les niveaux des sas, par la manœuvre de leurs portes et vantelles, soit ceux des compartiments du caisson, par l'ouverture et la fermeture des siphons ou des robinets de décharge des fonds. On ne saurait donc douter que tout éclusier, tant soit peu intelligent, ne parvienne, après quelque exercice, à régler la marche de cet appareil, pour ainsi dire à vue, sinon avec le degré d'économie que peut comporter chaque circonstance, du moins de manière à éviter toutes chances d'accidents.

» *Accidents qui pourraient survenir à l'appareil.* — Les plus graves sont, sans contredit, relatifs aux fuites de tous genres et au sombrage du caisson que pourrait occasionner une fausse manœuvre. Dans l'un et l'autre cas, il sera nécessaire de le dégager plus ou moins de son puits, afin d'y faire quelques réparations; or, le dispositif même de l'appareil nous en offre des moyens on ne peut plus simples, et qu'il suffit d'indiquer rapidement dans leur ordre naturel de succession :

» 1°. Évacuer l'eau de ses compartiments autant que faire se peut, en vidant le sas d'aval, ouvrant les vannes du siphon qui appartient au compartiment inférieur, et, si besoin est, les robinets dont, comme on l'a vu, les fonds sont munis;

» 2°. Afin d'éviter désormais l'introduction de l'eau dans le puits et la suspension du service des écluses, fermer hermétiquement les vannes d'entrée des siphons et la vanne de garde du puits, après avoir mis à sec le sas qui lui correspond;

» 3°. Épuiser, si la nature des accidents ou le curage du puits le réclament, le surplus du liquide, au moyen de pompes placées dans le puits latéral ou accessoire qui a servi à l'établissement même des fondations, et dont le point le plus bas doit être muni d'un vannage permanent et d'un robinet tournant susceptible d'être manœuvré d'en haut, au moyen d'une tringle en fer;

» 4°. Enfin relever, si cela est devenu nécessaire, le caisson à sa plus grande

hauteur, et le caler sur la margelle de son puits au moyen de solives, placées à son pourtour, en forme de polygone, en se servant, à cet effet, du système des contre-poids à poulies qui accompagnent l'appareil, et qu'on rechargera suffisamment, c'est-à-dire, tout au plus de 5 à 6000 kilogrammes chacun; ce qui, par exemple, pourra se faire avec du sable déposé dans des caisses suspendues aux chaînes des contre-poids.

» Il peut d'ailleurs être à propos de faire observer que ces trois dernières opérations deviendraient complétement inutiles si l'échouage du caisson ayant eu lieu par l'effet de la négligence de l'éclusier à fermer, en temps opportun, les vannes ou robinets qui donnent accès à l'eau dans les compartiments, il n'en était résulté aucun accident qui dût obliger à mettre le caisson sur cale, pour effectuer un curage ou toute autre réparation essentielle: il suffira, pour le remettre à flot, d'opérer une simple manœuvre des vannes et robinets, en sacrifiant une assez faible portion de la masse liquide contenue dans les sas ou le caisson.

» Parmi les autres accidents moins graves qui pourraient arriver à l'appareil si l'on n'y portait remède, nous citerons celui qui résulterait du déboîtement réciproque des siphons et des fourreaux fixes ou mobiles des compartiments, si, dans l'hypothèse de sas simples ou accolés, le caisson étant d'ailleurs à peu près vide, et les portes d'aval du sas principal fermées, le niveau dans ce sas venait à excéder celui qui est relatif à la position initiale la plus élevée que doive prendre le caisson, lorsque la chute totale atteint son maximum réglementaire, maximum qui sert de base à l'établissement de tout l'appareil.

» Pour empêcher de tels accidents, M. Girard avait proposé de limiter la course ascendante du caisson, au moyen d'obstacles supérieurs, solidement reliés à la maçonnerie du puits; mais il paraît évident qu'un tel procédé serait à peu près impraticable, et pourrait donner lieu à des accidents plus graves que celui qu'il s'agit d'éviter. Il sera préférable, sans contredit, de se servir, pour limiter jusqu'à un certain point l'ascension du flotteur, de l'appareil des contre-poids guides qui viendront reposer simultanément sur des appuis préparés à cet effet; ce qui pourra suffire pour les circonstances ordinaires, sauf à mettre concurremment en usage un autre procédé plus absolu, fondé sur l'emploi du robinet-vanne adapté au fond du compartiment inférieur, et dont la tige de manœuvre, suffisamment forte, venant buter contre un obstacle placé à une hauteur convenable, fera ouvrir ce robinet de manière à donner accès à l'eau du sas, et à limiter ainsi toute ascension ultérieure du caisson.

» Mais il serait inutile de pousser plus loin l'examen de ces difficultés, dont la solution ne saurait embarrasser les mécaniciens constructeurs, et il nous suffira, en terminant, de faire observer qu'en cas de gelées capables de suspendre toute navigation, il sera prudent de maintenir le caisson, surtout son compartiment supérieur, complétement vide et flottant dans l'eau du puits ou du sas, dont le niveau commun devra être abaissé à la hauteur de celui du bief d'aval, en maintenant les portes inférieures constamment ouvertes, selon l'usage. Il est clair, en effet, que la température dans le fond du puits, ne saurait descendre au-dessous de zéro, et donner lieu, par conséquent, à la congélation des eaux qui y sont contenues.

» *Résumé et conclusions.* — Il résulte de l'exposé ci-dessus, que si le flotteur à double compartiment, imaginé par M. Girard, est sujet à quelques inconvénients sous le rapport de l'exécution et de la manœuvre, du moins ces inconvénients ne sont pas tels qu'ils puissent mettre obstacle à l'application de ce système aux écluses existantes.

» D'un autre côté, des calculs numériques, basés sur les formules déjà plusieurs fois mentionnées dans ce Rapport, montrent que les avantages de cette application se feront surtout sentir dans le cas des fortes chutes, subdivisées, en chutes partielles, au moyen d'autant de sas accolés ou de biefs très-courts et convenablement étagés. Ces avantages concernent spécialement la réduction proportionnelle, ou relative à une chute donnée, de la consommation d'eau, de la durée de la manœuvre, de la hauteur et surtout des dimensions transversales du flotteur ou du puits; avantages qui proviennent de ce que les mouvements d'élévation ou d'abaissement des niveaux dans les sas consécutifs, s'opérant en sens inverse, ces niveaux ont moins d'espace à franchir pour se rencontrer, se placer dans la situation qui permet à l'éclusier d'ouvrir les portes et de livrer passage aux bateaux engagés successivement dans ces sas. Néanmoins une telle réduction cesse d'avoir lieu à l'égard de la course du caisson; sa hauteur restant, à très-peu près, égale à la chute totale des écluses, dans les différents cas, il en résulte que la durée de la manœuvre doit, sous la même vitesse ou la même consommation d'eau, croître proportionnellement à la hauteur de cette chute.

» La consommation d'eau et la vitesse dont il s'agit sont, au surplus, liées entre elles par une relation très-simple où n'entrent que les dimensions des siphons; elle montre, conformément à ce qui a déjà été avancé, que la durée de la manœuvre pourra être réduite, pour ainsi dire, à volonté, en augmentant, si les circonstances le permettent, la dépense d'eau par éclusée, ou, ce qui est préférable, la grandeur du diamètre des siphons. Les calculs nu-

mériques prouvent, en effet, que si l'on a su éviter convenablement les contractions intérieures et extérieures, il suffira de donner à ces diamètres des dimensions comprises depuis 1 jusqu'à 2 mètres, selon les cas, pour que l'appareil fonctionne sous les conditions de vitesse et d'économie les plus avantageuses. En construisant d'ailleurs la partie souterraine de ces siphons et leurs vannes d'entrée, comme cela a été indiqué précédemment, rien, nous le croyons, ne s'opposera à ce que de telles dimensions soient atteintes ou même dépassées dans l'exécution.

» On a vu qu'en se plaçant, avec M. Girard, dans l'hypothèse des biefs indéfinis ou à niveau constant, et en laissant de côté la considération des jeux ou vides indispensables autour du caisson et dans les compartiments, ainsi que des épaisseurs de leurs fonds et parois, la section horizontale du caisson devait être, à très-peu près, égale à celle du sas, pour le cas des écluses simples ou ordinaires, tandis que la hauteur de chacun des compartiments et la profondeur du puits, en contre-bas du niveau d'aval, ne pouvaient être moindres que la chute de l'écluse ou l'intervalle compris entre les niveaux extrêmes. Or, si, pour la simplicité et la facilité de la comparaison que nous voulons établir, on se renferme dans les hypothèses précitées qui suffisent pour donner une idée des avantages respectifs du système dans les différents cas, on arrive aux conséquences suivantes :

» Pour les sas éclusés doubles, de même capacité et dont celui d'aval doit seul, comme on l'a vu, communiquer avec le puits qui contient le flotteur, la section horizontale des compartiments peut être réduite aux 0,618 de celle de ces sas; mais leurs hauteurs respectives cessent d'être les mêmes : pour le compartiment inférieur, elle reste, aussi bien que la profondeur du puits, en contre-bas du niveau d'aval, égale à la chute maximum et totale de l'écluse, comme dans le cas précédent, tandis que, pour le compartiment supérieur, elle se trouve réduite aux 0,618 de cette même chute.

» Pour des sas accolés triples, d'égale capacité, suivis ou précédés de biefs toujours censés indéfinis, la section horizontale du caisson se réduira aux 0,414 de celle de ces sas; et la hauteur commune aux deux compartiments sera, ainsi que la profondeur du puits, les 0,707 de la chute maximum de l'écluse; ce qui donne au caisson une hauteur double, ou égale seulement aux 1,414 de cette même chute.

» Pour deux sas d'égale capacité, séparés par un sas ou bief servant de gare, de même longueur, mais d'une largeur triple, plus que suffisante pour le croisement des bateaux, un seul caisson, placé latéralement à ce bief, pourra faire franchir simultanément, à deux ou à trois bateaux, une chute

équivalente aux 0,822 de la hauteur du caisson, qui n'aura lui-même, en section, que les 0,646 de la surface de chacun des sas extrêmes; la profondeur du puits et la hauteur des compartiments du caisson se trouvant, d'un autre côté, réduites aux 0,607 de la chute totale.

» Enfin, lorsque les sas sont accompagnés d'un bassin d'épargne, dont la chute occupe une position intermédiaire entre celle de ces sas convenablement étagés, les mêmes calculs numériques démontrent que l'avantage du caisson à trois compartiments, qui doit alors être mis en œuvre, consiste principalement à diminuer la hauteur absolue et la hauteur de course de ce caisson; ce qui tend, par suite, à abréger la durée de la manœuvre et à réduire la profondeur du puits. Mais, comme ces avantages, en eux-mêmes très-précieux, sont rachetés par une plus grande complication et un accroissement de difficultés dans la manœuvre, nous ne croyons pas devoir insister. Nous passons également sous silence plusieurs applications que M. Girard se propose de faire, de l'idée féconde dont on lui est redevable, à des usages entièrement étrangers à la navigation des canaux: on conçoit en effet, d'après ce qui précède, la possibilité de tirer d'un tel principe un parti avantageux pour l'établissement d'appareils à niveaux constants et de machines à élever l'eau sans pièces accessoires; machines dont il s'occupe actuellement de perfectionner le dispositif.

» En résumé, la combinaison entièrement neuve, imaginée par M. Girard, et qui consiste à emprunter à deux biefs séparés par un sas éclusé ordinaire, pour la leur rendre intégralement ensuite, l'eau nécessaire à la manœuvre d'un flotteur à double compartiment, d'où résultent l'élévation et l'abaissement alternatifs du niveau du sas, cette combinaison est une des plus heureuses idées mécaniques qui aient été produites dans ces derniers temps, comme aussi, il y a lieu de l'espérer, elle en deviendra bientôt une des plus utiles pour les besoins et le perfectionnement de la navigation.

» Nous pensons, en conséquence, que l'invention de M. Girard mérite l'approbation et les encouragements de l'Académie, et nous formons des vœux pour que le Ministre des Travaux publics, duquel l'auteur a déjà reçu un bienveillant appui, ne tarde pas à soumettre l'application du nouveau système d'écluse, à une expérience décisive, qui, tout en permettant d'en étudier les avantages et les inconvénients, ne laisse aucune incertitude sur la valeur économique et pratique de ce système. »

Les conclusions de ce Rapport sont adoptées.

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Exposé des conditions mathématiques du nouveau système d'écluse à flotteur de* M. Girard; *par* M. **Poncelet**. (Premier article.)

« Nous nous occuperons d'abord de l'appareil qui a servi de point de départ aux ingénieuses idées de M. Girard, et qu'il a soumis à l'Académie des Sciences dès le mois de février 1842. Bien que la disposition en soit de beaucoup inférieure à celle qui a été admise en dernier lieu par l'auteur, elle n'en offre pas moins une supériorité relative très-remarquable sur les divers systèmes d'écluses imaginés auparavant, et, sous ce rapport comme sous celui de la nouveauté du principe, elle mérite l'intérêt des ingénieurs et des savants. Toutefois, on ne présentera ici qu'un exposé sommaire de la solution de cette première question, exposé qui servira d'ailleurs à répandre un jour nécessaire sur les solutions plus générales des suivantes.

» *Système primitif, ou à simple compartiment.* — **1**. On a vu, par le Rapport de M. Coriolis, que, dans ce système, l'élévation et l'abaissement alternatifs du niveau dans le sas s'opèrent au moyen d'un flotteur composé de deux parties ou caissons prismatiques superposés, et dont l'un, le plus élevé, ouvert à sa partie supérieure, et que, pour ce motif, on nomme *bassin flottant*, est mis en communication avec la capacité du sas, au moyen de siphons à jeu alternatif, et l'autre, nommé *plongeur*, qui est vide et fermé de toutes parts, s'enfonce dans l'eau d'un bassin latéral prismatique sans communication avec la capacité intérieure du sas, et remplissant ainsi la fonction d'un véritable *puits*. On a vu également que la question consiste à régler les dimensions de ces diverses parties de manière que le caisson supérieur puisse être rempli ou vidé, à volonté, au moyen des siphons, sous une différence de niveau qui reste constante pendant toute la durée de sa descente ou de sa montée, c'est-à-dire pendant que, à l'inverse, le sas se vide ou se remplit à l'aide des mêmes siphons.

» On supposera d'abord le sas plein et le bassin flottant vide, ou à peu près, de façon que le niveau, dans le premier, excède celui qui a lieu dans le second, d'une quantité fixée par M. Girard à $0^m,05$, et que l'écoulement s'opère, au moyen des siphons, du sas dont le niveau ira en s'abaissant, dans le bassin flottant dont le niveau absolu tendrait, au contraire, à s'élever si les charges qu'il reçoit incontinent, n'obligeaient le plongeur à s'enfoncer de quantités telles que la différence primitive des niveaux pût se maintenir constante pendant la durée entière du mouvement.

» La manœuvre inverse étant soumise à des conditions qui ne diffèrent des précédentes qu'en ce que le niveau supérieur, dans le bassin flottant, doit excéder de la même qnantité constante, celui qui a lieu dans le sas, il suffira de simples changements de signes pour que les formules ou équations établies dans la première hypothèse, deviennent applicables à la seconde.

» 2. Nommons B l'aire constante des sections horizontales du plongeur, A celle de l'espace libre compris entre ses parois et celles du puits dont A+B sera ainsi l'aire totale; A′ et B′ enfin, celles des sections pareilles du sas et du bassin mobile qui surmonte le plongeur. Nommons de plus, à un instant quelconque de la descente de l'appareil flottant:

v la hauteur dont le niveau du sas s'est abaissé au-dessous de sa position initiale;

x celle dont le niveau primitif s'est élevé dans le bassin flottant;

y la hauteur absolue dont tout le système est descendu, au-dessous de sa position initiale, en vertu de la charge x;

z celle dont le niveau extérieur, dans le puits, s'est relevé sous cette même charge;

h la quantité dont le niveau variable, dans le sas, excède le niveau correspondant du bassin mobile, c'est-à-dire, la charge motrice qui produit l'écoulement du liquide au travers des siphons.

Soient enfin, à l'origine du mouvement,

h_0 la valeur fixée arbitrairement pour h;

P_0 le poids de tout l'appareil flottant, non compris sa charge variable x;

$y_0 = \frac{P_0}{\Pi B}$ la hauteur dont le plongeur, vide, est enfoncé sous l'eau du puits;

$\Pi = 1000^k$ représentant le poids du mètre cube de cette eau.

» 3. La condition de l'équilibre hydrostatique du système flottant, sous la charge additionnelle $\Pi B'x$, exige que la somme $\Pi B'x + P_0$ ou $\Pi B'x + \Pi B y_0$ soit constamment égale au poids $\Pi B(y_0 + y + z)$ du volume d'eau déplacé par le plongeur, dans ses diverses positions; ce qui donne l'équation

$$B'x = B(y + z).$$

» Le fond de ce même plongeur s'étant abaissé de la hauteur absolue y, au-dessous de sa position initiale, a refoulé, en dessous, le volume de liquide By, qui a servi à exhausser le niveau extérieur dans le puits, de la quantité z; on a donc aussi

$$By = Az.$$

» Enfin, le volume d'eau $B'x$, reçu par le caisson supérieur, ayant été amené aux dépens de celui du sas dont le niveau a baissé de v, on a cette troisième équation de condition

$$B'x = A'v.$$

De là on tire par de simples éliminations,

$$(a)\quad x = \frac{A'}{B'}v,\quad y = \frac{B'A}{B(B+A)}x = \frac{AA'}{B(B+A)}v,\quad z = \frac{B'}{B+A}x = \frac{A'}{B+A}v.$$

» **4**. L'appareil flottant s'étant abaissé tout entier, de la hauteur y, tandis que le niveau de l'eau, dans le bassin supérieur, s'est relevé de la hauteur x, au-dessus du fond ou de sa position primitive,

$$y - x = \frac{AA'}{B(B+A)}v - \frac{A'}{B'}v$$

sera l'abaissement absolu subi par ce même niveau, qui se trouvera ainsi placé à la distance $h_0 + y - x$ au-dessous du niveau primitif dans le sas. Ce dernier niveau étant lui-même descendu, par hypothèse, de la hauteur v à l'instant dont il s'agit, l'excès de $h_0 + y - x$ sur v exprimera la différence relative des deux niveaux, ou la charge motrice qui produit l'écoulement du sas vers le bassin flottant, charge que nous avons représentée généralement par h. On aura donc

$$h = h_0 + y - x - v = h_0 + \left(\frac{AA'}{B(B+A)} - \frac{A'}{B'} - 1\right)v;$$

quantité qui, en effet, restera constante dans toutes les positions du système et égale à la distance primitive h_0 des niveaux, si l'on a

$$\frac{AA'}{B(B+A)} - \frac{A'}{B'} - 1 = 0,$$

condition à laquelle on peut satisfaire d'une infinité de manières, en disposant convenablement des quantités qui y entrent.

» **5**. En supposant notamment que les grandeurs de A, de B et de A′ soient données à priori, on en déduira, pour la valeur correspondante de la section transversale du bassin supérieur,

$$(b)\qquad B' = \frac{A'B(B+A)}{AA' - B(B+A)}.$$

» Mais, on le sent parfaitement, le choix des quantités A, B et A′ ne saurait être entièrement arbitraire; il doit être subordonné aux circonstances locales et aux conditions d'économie que l'on doit s'imposer dans tout système de construction.

» 6. Parmi ces conditions, celles qui concernent la limitation des sections transversales et des hauteurs respectives du plongeur et du bassin qui le surmonte, sont, sans contredit, des plus importantes. Or, si l'on représente par v_1 la valeur finale de l'abaissement v du niveau dans le sas, valeur que, d'après les suppositions de M. Girard, la hauteur entière H, de la chute de l'écluse, ne doit surpasser que de la quantité très-faible $2h_0$, dont on négligera ici la considération, on trouvera, sans difficulté, en nommant x_1, y_1, z_1 les valeurs de x, y, z correspondantes à v_1 :

» 1°. Pour la hauteur minimum du plongeur,

$$y_0 + y_1 + z_1 = \frac{P_0}{\Pi B} + \frac{AA'}{B(B+A)} v_1 + \frac{A'}{B+A} v_1 = \frac{P_0}{\Pi B} + \frac{A'}{B} v_1,$$

en remplaçant y_0, y_1 et z_1 par leurs valeurs en z'_1 fournies par les équations (a) ci-dessus;

» 2°. Pour la hauteur minimum de tout l'appareil flottant,

$$y_0 + y_1 + z_1 + x_1 = \frac{P_0}{\Pi B} + \frac{A'}{B} v_1 + \frac{A'}{B'} v_1,$$

x_1 étant la moindre hauteur que puisse recevoir le bassin flottant;

» 3°. Pour la profondeur minimum du puits, mesurée en contre-bas du niveau du bief supérieur,

$$y_0 + y_1 + z_1 + x_1 + v_1 = \frac{P_0}{\Pi B} + \frac{A'}{B} v_1 + \frac{A'}{B'} v_1 + v_1 = \frac{P_0}{\Pi B} + \frac{A'(B+2A)}{B(B+A)} v_1,$$

en vertu de l'équation (b), et attendu qu'à la fin de la descente de l'appareil, le niveau dans le bassin flottant B′, alors plein, se trouve placé à la distance v_1 environ, de celui dont il s'agit.

» 7. On voit, par ces expressions, que le moyen de diminuer la hauteur de l'appareil et la profondeur du puits, consiste, en général, à agrandir les sections transversales B et B′, tout en diminuant l'aire A de l'espace qui reste libre au pourtour du plongeur. Mais on ne doit pas oublier que les quantités A, B, A′ et B′ sont liées entre elles par l'équation de condition (b), et par l'impossibilité de leur faire dépasser certaines limites de grandeur. Un examen

circonstancié montre que, dans les cas les plus favorables, la profondeur du puits qui reçoit le plongeur, ne saurait s'écarter beaucoup de la quantité $4v_1$, égale à quatre fois environ la hauteur de chute H : telle est aussi la circonstance dans laquelle se trouve le projet d'écluse à flotteur, choisi comme exemple par M. Girard, et dans lequel il a supposé

$$A' = \frac{4}{5}B' = \frac{12}{5}B = \frac{4}{5}A, \qquad B + A = \frac{5}{3}A',$$

valeurs qui vérifient, en effet, l'équation (b), et donnent au puits une profondeur minimum de $\frac{1}{5}(12 + 4 + 5)v_1$, supérieure à 4H.

» **8**. De pareilles dimensions, réunies aux autres inconvénients signalés dans le Rapport de M. Coriolis, étaient, comme on le voit, très-propres à éloigner les ingénieurs de toute application du premier système d'écluse proposé par M. Girard. L'objection tirée de l'isolement du puits et de la stagnation de ses eaux dont la hauteur de niveau devait éprouver des changements inévitables, cette objection était, sans contredit, la plus grave, et elle inspira à l'auteur l'heureuse idée de faire communiquer sa capacité avec celle du sas, par un conduit souterrain, comme cela existe dans l'écluse de Betancourt, si ce n'est qu'au lieu d'être manœuvré et équilibré par d'énormes contre-poids disposés en forme de bascule, le flotteur devait l'être, ici, au moyen d'un caisson ou bassin supérieur analogue à celui du cas précédent, et qui tirait son eau, non plus du sas même, mais bien d'un bief supérieur; l'élévation et l'abaissement alternatifs dans le puits, devant ainsi servir directement à la manœuvre de l'écluse ou du sas.

» **9**. Il est aisé de se convaincre, en effet, que l'on peut toujours satisfaire aux conditions de l'équilibre dans cette hypothèse, et qu'il en résulte même l'avantage de pouvoir réduire, notablement, la hauteur de l'appareil mobile, et, par conséquent, la profondeur du puits, en donnant au plongeur et au bassin qui le surmonte, des sections B et B′, convenables. M. Girard supposant, à ce plongeur, une section B, égale à celle A, du sas et du vide annulaire du puits, et au bassin flottant une section B′, double ou égale à $2B = 2A$, s'est de suite aperçu qu'en puisant l'eau dans le bief supérieur, censé indéfini ou à niveau invariable, il suffirait de donner au bassin flottant une hauteur égale à celle de la chute, et au plongeur une hauteur précisément double, pour produire l'abaissement et l'élévation alternatifs du niveau du sas, tout en maintenant constante la charge motrice h, qui produit l'écoulement au travers des siphons, dont le nombre est désormais réduit à trois, et

auxquels l'auteur donne la section transversale nécessaire pour faire écouler l'eau sous de faibles vitesses.

» C'est aussi ce que l'on peut conclure des équations (a) et (b) établies ci-dessus, en y supposant $A' = \infty$, $\nu = 0$, $B = A$, et observant que z_1 représente ici la hauteur entière de l'abaissement ou de l'élévation du niveau du liquide dans le sas, dont la section, accrue de celle du vide qui existe autour du plongeur, se trouve elle-même représentée par A. Elles conduisent en effet aux relations très-simples $x = y = z$, $B' = 2B = 2A$; d'où l'on tire directement, pour les hauteurs minimums respectives du plongeur, du bassin et la profondeur du puits, mesurée toujours en contre-bas du bief d'amont, les valeurs

$$y_0 + y_1 + z_1 = \frac{P_0}{\Pi B} + 2z_1, \quad x_1 = z_1, \quad y_0 + y_1 + z_1 + x_1 = \frac{P_0}{\Pi B} + 3z_1,$$

la hauteur z_1 différant très-peu de la chute entière H de l'écluse.

» **10.** Cette combinaison, qui offre déjà un avantage très-marqué sur celle de Betancourt, ayant cependant encore l'inconvénient d'exiger, pour le puits, une assez grande profondeur et, pour le bassin flottant, une section d'autant plus exorbitante qu'elle amoindrit la stabilité du système, M. Girard fut définitivement conduit au dispositif du caisson à compartiment double décrit dans le texte du Rapport, et qui puise l'eau dans les biefs respectifs du canal, censés d'une étendue indéfinie et à niveaux sensiblement invariables. Il serait inutile d'insister sur les équations très-simples qui se rapportent à cette hypothèse particulière, et nous renverrons à d'autres articles, les applications que l'idée originale des compartiments peut recevoir dans le cas des biefs à niveaux variables, ou, plus généralement, dans tous ceux où il s'agirait de faire franchir aux bateaux plusieurs chutes ou écluses consécutives, en mettant à profit, s'il y a lieu, les bassins d'épargne déjà construits en vue de réduire la consommation d'eau de chaque éclusée. »

CHIRURGIE. — *Rapport sur un bras artificiel présenté à l'Académie des Sciences par* M. VAN PETERSSEN, sculpteur hollandais.

(Commissaires, MM. Gambey, Rayer, Velpeau, Magendie rapporteur.)

« Les procédés mécaniques dont l'homme a tiré de si grands avantages pour accroître sa puissance et ajouter à son bien-être, lui ont également fourni les moyens de suppléer à ses propres organes altérés ou détruits.

» On fabrique depuis longtemps des nez, des dents, des palais, des mains,

des jambes, etc., artificiels; mais, dans ce genre d'application, le génie des constructeurs est resté, en général, bien loin des admirables combinaisons et des prodigieux résultats que nous offrent certaines machines.

» La plupart des pièces de prothèse que nous possédons dissimulent plutôt les difformités qu'elles ne remplacent en réalité la fonction détruite.

» N'en soyons pas surpris : les organes vivants résolvent des problèmes de mécanique si compliqués, ils produisent tant d'effets divers, par des moyens si simples, que les ingénieurs les plus habiles ne se sont guère hasardés jusqu'ici à essayer de les imiter.

» Mais, plus l'œuvre est difficile, plus elle est méritoire; aussi vos Commissaires ont-ils examiné avec empressement l'appareil proposé par M. Van Peterssen, et qu'il destine à remplacer le bras ou même les bras.

» L'entreprise de M. Van Peterssen devait exciter d'autant plus notre attention, que le sort des personnes privées des deux bras est réellement déplorable. Inhabiles à exercer les actes les plus indispensables à la vie, obligées, par exemple, pour boire, manger, s'habiller, se déshabiller, etc., de recourir à l'obligeance plus ou moins intéressée du prochain, elles sont dans la continuelle dépendance de gens qui trop souvent exploitent leur malheur.

» Sous le point de vue physiologique, la tentative de M. Van Peterssen ne nous inspirait pas moins d'intérêt, car le bras de l'homme, par la variété, l'étendue, la rapidité et la précision de ses mouvements, est, sans contredit, l'une des plus remarquables merveilles de la mécanique animale. Aussi un procédé mécanique qui rendrait aux manchots, nous ne disons pas la totalité, mais une faible partie des services que nous recevons des bras, serait-il un chef-d'œuvre digne de toute notre admiration.

» M. Van Peterssen ne porte pas si haut ses prétentions; ce n'est point la main de laquelle Buffon faisait dériver l'intelligence qu'il espère remplacer; il se propose seulement de donner aux personnes privées de leurs bras la possibilité d'exécuter par elles-mêmes les actions les plus simples, et toutefois les plus nécessaires à l'existence.

» Après avoir acquis ces notions préliminaires sur le bras artificiel de M. Van Peterssen, le premier soin de vos Commissaires a été de le voir fonctionner. Sous ce rapport nous n'avons que des remercîments à adresser à l'inventeur; il nous a mis à même, sur cinq individus mutilés, de voir agir la machine qu'il a imaginée.

» Il nous a présenté, entre autres, un invalide manchot double depuis les guerres de l'Empire, et qui, à l'aide de deux bras artificiels, prenait avec la

main un verre plein, le portait à la bouche, l'y versait, puis reposait le verre sur la table où il l'avait pris d'abord.

» Nous avons vu le même invalide ramasser une épingle, saisir une feuille de papier, etc.

» Qu'on juge de la joie de ce vieux militaire se trouvant, après trente ans de privation absolue, tout à coup en état d'exécuter ces actions, bien modestes sans doute, mais qui le transportaient à son bon temps, non-seulement à sa jeunesse, mais au temps où, comme tout le monde, il avait des bras.

» Malheureusement ce n'était qu'un essai auquel il s'était prêté de fort bonne grâce. Ces bras empruntés, qui l'avaient rendu un moment si heureux, il a fallu les quitter, et bien que la séparation ne fût pas cette fois l'amputation, elle n'en fut pas moins douloureuse.

» Nous ne donnerons pas ici la description détaillée du bras artificiel de M. Van Peterssen : cette description se trouve dans le brevet d'invention qu'il a pris. Nous n'en dirons que ce qui est nécessaire pour en faire comprendre le mécanisme.

» Et d'abord, nous ferons remarquer que le bras de M. Van Peterssen ne s'adapte pas indifféremment à tous les manchots. Ceux-là seuls qui ont conservé intacte la partie supérieure de l'humérus sont aptes à en profiter. L'anatomie nous explique parfaitement cette nécessité. A l'extrémité scapulaire de l'os du bras s'insèrent un nombre considérable de muscles qui, partant soit du trou, soit des os de l'épaule, sont les principaux agents des nombreux mouvements du bras. Tous ces mouvements, le moignon les exécute encore; il s'écarte du corps, s'en rapproche, se porte en avant, en arrière et avec une énergie d'autant plus grande, que le levier interpuissant qu'il représente est plus court. M. Van Peterssen a pensé qu'on pouvait tirer parti de ces mouvements, ou plutôt des forces musculaires qui les produisent, et c'est sur cette donnée fondamentale qu'il a fondé son invention.

» Le bras artificiel est formé de trois parties articulées qui représentent le bras, l'avant-bras et la main; celle-ci se compose elle-même d'une sorte de carpe, de doigts à triples phalanges mobiles maintenus dans un état persistant de flexion et d'opposition avec le pouce par des ressorts. Le tout pèse à peine 500 grammes.

» Le moignon du manchot est reçu dans une excavation de l'appareil, et y est solidement fixé par des courroies, de sorte qu'il transmet facilement au bras artificiel les mouvements qu'il exécute lui-même, c'est-à-dire qu'il le porte en avant, en arrière, en dehors, en dedans, etc. Mais ce n'était là que

le plus facile ; on a vu des manchots attacher un bâton à leur moignon, et en user avec adresse. La véritable difficulté était de faire jouer les unes sur les autres les différentes pièces de l'appareil, de manière à simuler les mouvements réciproques de l'avant-bras sur le bras, de la main sur l'avant-bras, et des doigts sur eux-mêmes. Ce résultat compliqué, mais indispensable pour reproduire quelques-uns des usages du bras et de la main, M. Van Peterssen l'a obtenu à l'aide du procédé que voici : Un corset est appliqué sur la poitrine; à ce corset tiennent des cordes à boyau, qui sont fixées, d'ailleurs, les unes à l'avant-bras, les autres aux doigts. Quand le manchot porte son moignon en avant, il exerce une traction sur l'avant-bras et le fléchit sur le bras. Quand, au contraire, le moignon est reporté en arrière, l'avant-bras s'allonge sur le bras. Par ce double mouvement, la main se rapproche ou s'éloigne de la bouche à la volonté du manchot.

» Les mouvements des doigts indispensables pour saisir les objets sont produits par un mécanisme analogue et non moins ingénieux; des cordes fixées au corset par une extrémité vont s'attacher au côté dorsal des doigts fléchis. Quand le moignon s'écarte du corps, il tire sur les cordes, surmonte la résistance des ressorts, étend les doigts et ouvre la main. Pour saisir, le manchot n'a plus qu'à conduire sa main ainsi ouverte à la portée de l'objet; il ramène ensuite doucement le moignon vers le tronc. Alors les ressorts fléchissent de nouveau les doigts, la main se ferme, l'objet est saisi d'une façon d'autant plus solide que chacun des doigts agit indépendamment des autres et presse isolément sur le point qu'il touche.

» L'objet saisi, le manchot n'a plus à s'en occuper, c'est l'affaire des ressorts.

» Pour le diriger vers la bouche, il porte son moignon en avant, l'avant-bras se fléchit et la main parvient bientôt à sa destination.

» Pour lâcher l'objet et le replacer sur la table par exemple, il faut porter le moignon en arrière, ce qui étend l'avant-bras, puis écarter le moignon du corps, ce qui amène l'extension des doigts et l'abandon de l'objet. Sans doute il faut de l'exercice pour que le manchot se serve avec promptitude et adresse de cet appareil; mais, en général, il y parvient avec une célérité qui a frappé vos Commissaires.

» Tel est le bras artificiel de M. Van Peterssen, léger, solide, simple dans son mécanisme, remplissant les intentions de son auteur, et pouvant être fort utile aux personnes qui ont eu le malheur de perdre un bras ou même les deux.

» Il n'est pas jusqu'à la vanité qui ne trouve son compte dans l'emploi de cet appareil.

» Revêtu d'une manche d'habit, et convenablement ganté, le bras de M. Van Peterssen fait réellement illusion, surtout si le manchot a acquis une certaine habileté à s'en servir.

» L'idée de prendre sur un corset le point d'appui nécessaire pour vaincre la résistance de doigts mécaniques, fermés par des ressorts, n'est pas nouvelle; elle a été mise en pratique dans le premier quart du XVIe siècle par un artiste de Nuremberg, dans le but de faire tenir une épée à une main de fer. De nos jours, elle a été également employée par M. Baillif, de Berlin, aussi pour faire mouvoir une main artificielle. Enfin, le célèbre chirurgien Graefe a pensé qu'on pourrait en tirer parti pour construire un bras mécanique, dont il a donné le plan.

» Mais il ne paraît pas que ce projet ait été exécuté, du moins on n'en trouve aucune trace dans l'arsenal chirurgical que nous possédons, et nos plus habiles constructeurs de machines de prothèse ne s'en servent point.

» Vos Commissaires sont d'avis que le bras artificiel proposé par M. Van Peterssen est l'invention la plus heureuse qui ait été faite jusqu'à présent en faveur des personnes privées des bras; ils ont l'honneur de vous proposer d'engager M. Van Peterssen à perfectionner encore le mécanisme de son appareil, à en réduire le prix de manière à le rendre accessible aux amputés pauvres et surtout à nos soldats mutilés. »

Les conclusions de ce Rapport sont adoptées.

L'Académie, sur la proposition d'un membre, décide que l'appareil qui a servi aux expériences de la Commission sera acheté et donné à l'invalide sur qui on en a fait l'essai.

Grand prix de Mathématiques proposé pour 1846 (1).

« Les géomètres auxquels on doit les beaux développements que la théorie des fonctions elliptiques a reçus dans ces derniers temps, ont aussi ouvert la route pour l'étude de nouvelles transcendantes d'ordre supérieur, dont les plus simples (nommées par M. Jacobi *fonctions abéliennes* de première classe) sont des fonctions de deux variables à quatre périodes distinctes. Néanmoins cette étude présente de grandes difficultés, et, quoique des travaux récents aient un peu étendu le cercle de nos connaissances sur cet

(1) La Commission chargée de proposer le sujet du prix était composée de MM. Arago, Poinsot, Cauchy, Binet, Liouville rapporteur.

objet, on est encore aujourd'hui bien loin du degré de perfection que nous offre la théorie des fonctions elliptiques. Pour encourager les efforts des géomètres dans cette matière à la fois très-importante et très-délicate, l'Académie la propose comme sujet du grand prix de mathématiques à décerner en 1846. La question peut être énoncée dans les termes suivants :

» *Perfectionner dans quelque point essentiel la théorie des fonctions abéliennes ou plus généralement des transcendantes qui résultent de la considération des intégrales de quantités algébriques.*

» Le prix consistera en une médaille d'or de la valeur de *trois mille francs*. Les Mémoires devront être arrivés au secrétariat de l'Académie avant le 1er octobre 1846. Ce terme est de rigueur. Les noms des auteurs seront contenus dans un billet cacheté qu'on n'ouvrira que si la pièce est couronnée.

MÉMOIRES LUS.

MÉDECINE. — *Mémoire sur la colique de cuivre ; par* M. **Blandet**. (Extrait par l'auteur.)

(Commissaires, MM. Dumas, Magendie, Flourens.)

« La première partie de mon Mémoire a pour objet de détruire les erreurs suivantes :

» 1°. Qu'il entre toujours du plomb dans le cuivre que travaillent les tourneurs, ciseleurs, etc.; 2° que la soudure employée par ces ouvriers contient du plomb; 3° qu'on jette un bain de plomb sur le cuivre en fusion : toutes erreurs qui ont fait mettre en question l'existence d'une colique de cuivre professionnelle, et rapporter au plomb les cas de cette maladie.

» Il est impossible pour toute personne qui voudra examiner sérieusement la question, de se refuser à reconnaître l'existence de la colique de cuivre ; l'observation de cette colique, il est vrai, dans les hôpitaux, est rare, et je n'ai pu, dans l'espace de plus d'un an, y trouver consignés que 28 cas de coliques de cuivre ou présumées telles. J'en cite dans mon Mémoire deux observations : dans un de ces cas j'ai analysé les matières fécales, qui ont fourni aux réactifs chimiques les réactions spéciales au cuivre, liqueur verte par l'acide chlorhydrique, liqueur bleue céleste par l'ammoniaque, lame de fer recouverte de cuivre. Dans les admissions des hôpitaux, la colique de cuivre ne semble devoir entrer que pour 1 sur 1500 ou 1200.

Dans les ateliers elle est bien plus fréquente : sur 1500 ouvriers on pourra observer 1500 cas de colique pendant une année. L'atelier est donc son vrai théâtre. Cette maladie offre des symptômes différents, par leur nature et leur intensité, de ceux qu'on lit dans les livres. C'est une affection légère, presque toujours sans fièvre; avec douleur ou non à la pression; diarrhée ou constipation, caractérisée par des accès de colique avec vomissements, et prostration extrême. La durée est de quarante-huit heures, terme moyen. Elle reconnaît pour causes la malpropreté (exemple : on mange dans l'atelier, et l'on pose son pain sur de la tournure), et plus encore l'inspiration des poussières cuivreuses, surtout chez ceux qui tournent le cuivre au poncé.

» Les apprentis doivent payer leur tribut au cuivre, règle qui n'est pas cependant sans exception.

» Dans le but d'opposer un préservatif aux effets du cuivre, la moitié des ateliers a adopté l'usage, à l'intérieur, du lait, auquel le blanc d'œuf sucré devrait être préféré, vu la mauvaise qualité du lait pris par les ouvriers. Le traitement de la colique doit varier : s'il y a diarrhée, les adoucissants et les neutralisants sont indiqués; s'il y a constipation, un lavement ou un minoratif devra entraîner les matières cuivreuses qui séjournent ainsi dans l'intestin.

» Dans tous les cas, traiter la colique de cuivre comme on le fait pour la colique de plomb, par cinq ou six superpurgations, et s'obstiner à confondre ces deux maladies, est à la fois un danger imminent pour le malade, et une erreur grossière de la part du médecin.

Sur les effets du zinc dans les fonderies de cuivre.

» Dans ces fonderies, tout fondeur éprouve, les jours de fonte, vers trois heures du soir ou le lendemain, des accidents non encore relatés, et dont voici les principaux : courbature, douleurs dans les muscles qui sont roides; oppression, vomissements, céphalalgie; froid glacial, frissons intenses qui durent trois, quatre heures, et se terminent par des sueurs copieuses et une réaction fébrile. Ces accidents paraissent être l'effet de l'intoxication de l'économie par le zinc, lequel entre pour $\frac{35}{100}$ et plus, dans le bronze. Il n'y a qu'une voix dans les ateliers pour le rapporter au zinc. Cependant ils ne s'observent pas dans les fonderies même du zinc, parce que, sans doute, le zinc n'y est pas chauffé au degré de sa volatilisation; tandis que, dans les fonderies de cuivre, il est projeté dans un creuset dont la chaleur est de 27 degrés du pyromètre; et, dans celles de maillechort, la chaleur, encore plus forte, le fait évaporer plus abondamment. La cadmie, ainsi volatilisée, rem-

plit l'atelier où elle se dépose sur les murs; cette cadmie blanche et pure, recueillie, a présenté à l'analyse chimique une proportion approximative de $\frac{1}{50}$ de cuivre. La maladie du zinc ne dure guère que vingt-quatre ou quarante-huit heures; elle sévit en raison des mauvaises conditions suivantes : quand la cheminée tire mal, que le vent est contraire et rabat sa fumée dans l'atelier, que l'atelier est clos contre le froid; quand on verse au milieu même de l'atelier le métal en fusion. Les mouleurs sont toujours malades quand l'atelier de la fonderie et celui du moulage sont communs, comme ils le sont habituellement. Les habitants voisins d'une fonderie en ressentent aussi les effets, dans les mêmes conditions atmosphériques précitées.

» Pour remédier à de tels accidents, il importerait : 1° de séparer l'atelier de moulage de la fonderie; 2° d'opérer le versement de la fonte sous la cheminée prolongée des fourneaux; 3° d'éloigner les fonderies des quartiers populeux, où cette industrie est concentrée aujourd'hui.

» Les sueurs et les purgations paraissent hâter la résolution des accidents produits par le zinc. Le vin chaud, le thé sont fort en usage à cet effet. Un contre-maître, pour suer plus abondamment, se couche entre deux matelas. »

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

PHYSIQUE. — *Note sur la structure et la propriété rotatoire du quartz cristallisé; par* M. SOLEIL.

(Commissaires, MM. Arago, Babinet, Regnault.)

« Les physiciens s'accordent aujourd'hui à reconnaître, d'après les recherches de MM. Biot, Herschel et Brewster, que la propriété rotatoire du quartz cristallisé dépend moins de la nature des molécules que de la disposition qu'elles affectent dans une même couche perpendiculaire à l'axe : les principales raisons à faire valoir en faveur de cette opinion sont : 1° l'absence de toute rotation dans le quartz non cristallisé, comme l'opale, la calcédoine et le tabasheer, ou fondu, ainsi que l'a obtenu M. Gaudin, ou enfin, désagrégé et en dissolution dans la potasse; 2° la relation qui existe entre l'épaisseur des plaques du cristal en expérience et l'intensité de la rotation; 3° l'existence de deux variétés de quartz produisant la rotation, l'une vers la droite, et l'autre vers la gauche, sans qu'aucun caractère extérieur puisse toujours faire d'ailleurs reconnaître, à priori, cette différence; 4° enfin, l'identité des valeurs numériques des déviations produites par ces deux variétés de quartz.

» D'un autre côté, la structure complexe de l'améthyste, qui résulte de

l'enchevêtrement de cristaux à rotations contraires, se retrouve, bien qu'à un moindre degré de complication, dans un grand nombre d'échantillons de quartz hyalin, de telle sorte qu'il est possible d'en extraire des plaques offrant ici une rotation dans un sens, là une rotation contraire, ailleurs une absence complète de rotation.

» A ces faits déjà connus nous en joindrons quelques autres que nous avons eu occasion d'observer, et sur lesquels nous croyons que l'attention des physiciens n'a pas encore été fixée.

» Avant de les faire connaître, nous rappellerons quelques-uns des phénomènes de polarisation que l'on produit en superposant deux lames de rotation contraire.

» L'appareil dont on se sert consiste en un miroir de verre noir convenablement incliné par rapport au faisceau lumineux qui le frappe, et en un prisme de Nicoll, que l'on tourne jusqu'à ce qu'il ne laisse plus passer aucun des rayons réfléchis par le miroir, c'est-à-dire jusqu'à ce que la *tache noire* que l'on voit à travers ce prisme ait acquis son maximum d'intensité.

» Les choses étant ainsi disposées :

» 1°. Si l'on place l'un à côté de l'autre, entre le miroir et le prisme, deux plaques de quartz de rotation inverse et d'égale épaisseur, elles donneront la même teinte, et, en faisant tourner le prisme autour de son axe, la teinte changera pour chaque plaque; elle montera dans l'ordre des anneaux colorés pour l'une des plaques et descendra pour l'autre.

» 2°. Si l'on superpose les deux plaques, elles se neutraliseront réciproquement, le plan primitif de polarisation sera rétabli, et la tache noire se verra comme avant l'interposition des plaques.

» 3°. Les plaques ainsi superposées, observées au microscope polarisant de M. Amici, donneront les spirales d'Airy.

» 4°. Si les plaques ne sont pas d'égale épaisseur, elles ne donneront pas la même teinte quand on les regardera l'une à côté de l'autre dans l'appareil ordinaire de polarisation.

» 5°. Par la superposition de ces plaques inégalement épaisses, on ne rétablira pas le plan primitif de polarisation, et, au lieu de la tache noire, on verra une teinte semblable à celle que produirait une plaque égale en épaisseur à la différence des deux plaques en expérience.

» 6°. Ces plaques, superposées et observées au microscope polarisant de M. Amici, donneront des spirales d'Airy imparfaitement terminées.

» Or, toutes ces dispositions se présentent quelquefois dans des lames provenant d'un seul et même *canon* de quartz.

» 1°. L'une des deux lames que j'ai l'honneur de présenter à l'Académie offre les particularités suivantes : placée dans l'appareil précédemment indiqué, elle donne une teinte d'un rose jaunâtre ; cette teinte est uniforme sur toute la plaque ; mais, dans la partie moyenne, elle est partagée en deux *plages*, par une ligne noire, bordée de chaque côté d'une ligne blanche, et, plus en dehors, une bande jaune, au delà de laquelle commence la teinte plate. Quand on fait tourner le prisme de Nicoll, les couleurs différentes apparaissent à droite et à gauche de la ligne noire; ces couleurs suivent des ordres inverses et indiquent que l'une des plages possède la rotation à droite, tandis qu'elle est à gauche dans l'autre plage.

» 2°. La ligne noire résulte évidemment de la superposition de deux couches d'égale épaisseur et de rotation opposée, et de leur neutralisation complète et réciproque : en effet, vue dans le microscope polarisant de M. Amici, cette ligne noire donne des spirales d'Airy d'une grande netteté. On peut aisément comprendre cette neutralisation, en admettant que les deux *canons* de quartz, doués de rotation inverse, se sont pénétrés l'un l'autre, et se trouvent soudés par les faces de leurs pyramides correspondantes, disposition qui explique le parallélisme de leurs axes; de cette manière, quelle que soit l'épaisseur de la plaque enlevée dans le *canon composé*, il y aura toujours, à l'endroit de la soudure, une certaine ligne qui séparera en deux couches d'égale épaisseur les lames de rotation contraire.

» Ce qui donne un grand degré de probabilité à cette manière de voir, c'est qu'on parvient à obtenir les mêmes effets en taillant en biseau deux lames de quartz d'égale épaisseur et de rotation inverse, et les superposant au niveau des biseaux.

» J'ai l'honneur de présenter à l'Académie un couple de ce genre, dont les effets ne diffèrent en rien de ceux de la plaque naturelle.

» Notons que chacun de ces biseaux fait avec l'axe du cristal un angle égal à celui que fait ce même axe avec l'une des faces naturelles de la pyramide.

» 3°. La plaque carrée possède la rotation à gauche : elle offre une teinte verte, correspondant à son épaisseur; mais, en outre, elle présente une plage hexagonale allongée, d'une teinte jaune : le périmètre est nuancé des couleurs du spectre, le rouge étant intérieur et le violet extérieur.

» Cette plage hexagonale offre au microscope polarisant des spirales imparfaitement terminées. Il n'est pas douteux que cette plage ne résulte de la pénétration d'une aiguille de quartz de rotation inverse de celle du reste de la plaque; mais, ici, les lames superposées n'ont plus la même épaisseur. Ces

suppositions deviennent incontestables quand on observe l'effet produit par la superposition d'une plaque d'épaisseur convenable et douée de la rotation vers la droite. La plage, de jaune qu'elle était, devient noire, et elle donne des spirales parfaites. Cela tient évidemment à ce que la plaque supplémentaire qui, examinée isolément, donne une teinte jaune, forme, par sa jonction avec la couche de même rotation de la lame composée, un ensemble égal en épaisseur à la couche de rotation inverse de cette même lame.

» Bien plus, cette plaque supplémentaire doit avoir exactement l'épaisseur de l'excès des couches qui tournent vers la gauche, sur celles qui dévient le plan de polarisation vers la droite dans la plage que nous examinons.

» 4°. La *ligne noire* que nous avons signalée dans notre première plaque, et qui se montre toujours à la séparation des plages de rotation inverse dans une même plaque de quartz, ne doit pas être confondue avec la *teinte noire jaspée* disséminée dans les diverses parties des plaques de différentes provenances. La première est toujours nette et forme une ligne droite ou brisée; dans ce dernier cas, elle est hexagonale ou dérive de l'hexagone régulier; nous avons indiqué plus haut les conditions de sa formation.

» La *teinte noire jaspée* est loin d'offrir la même netteté; elle n'a rien de régulier dans sa forme et se distingue essentiellement de la première, en ce qu'elle donne au microscope polarisant des anneaux colorés coupés par une croix noire, dont la disposition est tout à fait semblable à celle des lames de spath d'Islande perpendiculaires à l'axe.

» Je ne terminerai pas cette Note sans faire observer que les arrangements moléculaires propres à donner lieu aux phénomènes dont il vient d'être question, loin d'être rares, se rencontrent avec une telle fréquence, que ce n'est que par exception que l'on trouve des échantillons de quartz donnant les lames à teintes parfaitement uniformes dans toute leur étendue. »

GÉOMÉTRIE APPLIQUÉE. — *Remarques à l'occasion du Mémoire de* M. Morlet *sur les centres de figures; et réflexions sur la représentation graphique de divers éléments relatifs à la population; par* M. **Léon Lalanne.**

(Commission nommée pour le Mémoire de M. Morlet.)

« L'Académie a reçu, dans sa séance du 3 février 1845, une communication intéressante de M. Morlet relativement aux centres de figure. Ce n'est pas la première fois que l'on s'occupe du sujet traité par M. Morlet. L'atten-

tion des géomètres, des ingénieurs et des statisticiens a dû se diriger depuis longtemps vers des questions de ce genre. J'ai donc lieu d'espérer que l'Académie me permettra de lui présenter quelques réflexions qui s'y rattachent.

» MM. Lamé et Clapeyron ont déjà donné, il y a dix-huit ans, une solution mécanique très-ingénieuse du problème que s'est proposé M. Morlet. Il s'agit de trouver un point tel, que la somme de ses distances à une série de points fixes, multipliées par des coefficients connus, soit la moindre possible. « Il suffit de placer, à chaque point fixe, une poulie verticale tournante, d'en» rouler sur elle un fil auquel soit suspendu, d'un côté, un poids correspon» dant à ce point, et d'attacher ensuite les extrémités libres de tous les fils » semblables à un même anneau très-petit et mobile. Le système, abandonné » à lui-même, se mouvra d'abord, mais les frottements l'amèneront bientôt à » l'état d'équilibre. Alors l'anneau central occupera la position du point » demandé. »

» Tels sont les termes dans lesquels le *Bulletin des Sciences mathématiques* de 1829 rendait compte de la solution de MM. Lamé et Clapeyron, publiée dans le *Journal des voies de communication* à Saint-Pétersbourg, en 1827. M. Sturm, auteur de la Notice du *Bulletin*, ajoutait que l'usage de la statique pour résoudre des problèmes de ce genre avait déjà été remarqué par lui-même dans deux articles insérés dans les *Annales de Mathématiques* de 1823.

» On voit que, de la solution mécanique de MM. Lamé et Clapeyron, se déduit immédiatement le théorème suivant, énoncé par M. Morlet : « Si dans » une figure quelconque on suppose que chacun de ses éléments est un » centre de force attractive proportionnelle à sa masse, et dont l'action est » indépendante de la distance, le point où toutes ces forces se font équilibre » est le *centre minimum* de la figure. »

» Mais le problème de la détermination du point que M. Morlet appelle le *centre minimum* peut être généralisé, en prenant, au lieu des simples distances, des puissances quelconques de ces distances multipliées par des coefficients constants. Telle est la forme sous laquelle ce problème a été résolu par M. Auguste Arnoux, élève ingénieur des Ponts et Chaussées, qui s'en était occupé à ma prière. Je joins à cette Lettre la solution qu'il m'a remise il y a environ six mois; cette solution me paraît identique avec celle qui est indiquée au *Compte rendu* de la séance du 3 février 1835 (p. 303), dans le cas où l'on ne considère que la première puissance au lieu d'une puissance quelconque de la distance.

» L'extrait du Mémoire de M. Morlet se termine par l'indication des cour-

bes que l'on peut tracer sur la carte d'un pays, pour unir entre eux tous les points tels, que la somme de leurs distances à tous les éléments de la population soit constante. L'auteur leur donne le nom de *courbes d'égale excentricité*. C'est encore une nouvelle application de l'heureuse et féconde idée dont M. de Humboldt a donné un exemple célèbre dans la construction des *courbes isothermes*. Mais il s'en faut que cette application soit la seule possible, ou même la plus importante, en ce qui concerne les éléments de la population.

» Supposons, en effet, que l'on partage le territoire d'un pays en un très-grand nombre de parties suffisamment petites, telles que les fournirait la division par communes par l'étendue de la France; qu'au centre de chacune de ces parties on élève une verticale proportionnelle à la population spécifique, ou, en d'autres termes, au nombre d'habitants par kilomètre carré, dans le territoire de la commune que l'on considère; que l'on réunisse par une surface courbe continue les extrémités de toutes ces verticales, et qu'enfin on projette sur une carte, à une échelle convenable, et que l'on cote les courbes de niveau tracées sur cette surface et qui correspondent à des hauteurs verticales entières et équidistantes : on aura ainsi les *lignes d'égale population spécifique*, et on distinguera de suite la série des points où la population est de 30, 40, 50,..., 100 habitants par kilomètre carré. Une carte de ce genre offrirait à première vue une représentation aussi exacte et aussi expressive que possible de la répartition de la population. Semblable à un plan topographique dressé d'après les principes de Du Carla, elle présenterait des ondulations, des sommets escarpés, des cratères, des cols, des vallées. On peut prévoir que son relief apparent serait tout à fait inverse de celui de la surface du sol; qu'ainsi nos vallées populeuses paraîtraient des chaînes de montagnes, qu'au contraire les cimes de nos montagnes désertes sembleraient des entonnoirs profonds. Si elle existait, elle rendrait les plus grands services pour l'étude d'une foule de questions économiques. Elle fournirait par de simples quadratures et cubatures le chiffre exact de la population desservie par une voie de communication nouvelle, et l'on ne pourrait plus alléguer des résultats contradictoires, en ce qui concerne la répartition de la population, pour faire adopter ou repousser un tracé de chemin de fer. Malheureusement les publications officielles du Gouvernement ne donnent les superficies que par arrondissement, et les populations que par cantons; et, pour arriver à des résultats vraiment satisfaisants, il serait indispensable d'avoir ces deux éléments par commune. Mais il y a lieu d'espérer que le travail dont je viens de parler ne tardera pas à être entrepris par une de nos grandes administrations publiques.

» Les relevés de la circulation qui se font aujourd'hui sur toutes les grandes routes de France permettront aussi bientôt de dresser une carte *des courbes d'égale circulation*. Ce simple énoncé suffit pour donner une idée de l'utilité que pourrait avoir une carte de ce genre, et de l'analogie qu'elle offrirait avec celle des courbes d'égale population spécifique. »

GÉOMÉTRIE. — *Du problème général des centres de figure; par* M. **Auguste Arnoux**, élève ingénieur des Ponts et Chaussées.

(Même Commission.)

« La définition des centres de figure est comprise dans l'énoncé suivant :

» Trouver sur le plan où sont m points donnés de position, un point tel que la fonction

$$c_1 \rho_1^{n_1} + c_2 \rho_2^{n_2} + \ldots + c_m \rho_m^{n_m}$$

soit un minimum; c_1, c_2, c_3, etc. sont des constantes, ρ_1, ρ_2, ρ_3, etc. les distances des points donnés aux points cherchés, et n_1, n_2, n_3, etc. les divers exposants qui affectent ces distances.

» La solution suivante se rapporte au cas où les coefficients sont positifs, et les exposants ne sont pas moindres que l'unité.

» Elle consiste à construire deux polygones qui, en chacun de leurs sommets, ont leurs côtés perpendiculaires aux courbes renfermées dans l'équation générale

$$c_1 \rho_1^{n_1} + c_2 \rho_2^{n_2} + \text{etc.} = c; \tag{1}$$

l'intersection des deux polygones donne le point cherché.

» Le point de départ de chacun de ces polygones est arbitraire. Voici la construction applicable à un quelconque de leurs côtés :

» Soient A le sommet de ce côté, AB la droite qui le joint à l'un des points donnés B. Si l'on porte sur AB, à partir de A, une longueur représentative du terme $n_1 c_1 \rho_1^{n_1 - 1}$; si l'on fait la même opération sur les droites qui joignent A aux points donnés, que de plus l'on projette ces longueurs sur AB et sur sa perpendiculaire AG, on obtiendra deux lignes Ab, Ag, qui seront les sommes algébriques de ces projections. Il suffira de mener par le point A la parallèle Ac à bg, pour avoir la direction cherchée.

» Pour nouveau point de départ, on prendra un point quelconque sur cette direction, et du côté où se trouve la plus petite des deux longueurs Ab

et Ag. On s'apercevra que l'on est proche du point répondant au minimum de C, à ce que les deux longueurs Ab et Ag iront toutes deux en diminuant ; il conviendra alors de diminuer la longueur des côtés du polygone, afin de se rapprocher autant que possible de la trajectoire orthogonale de la famille des courbes (1), laquelle passe par le point cherché. Du reste, lorsqu'on est éloigné de ce point, on peut, sans aucune erreur, augmenter la longueur des côtés du polygone.

» Cette solution dérive de considérations purement géométriques sur la nature des courbes renfermées dans l'équation (1).

» Ces courbes sont convexes. En effet, l'équation (1) donne

$$n_1 c_1 \rho_1^{n_1-1} d\rho_1 + n_2 c_2 \rho_2^{n_2-1} d\rho_2 + \ldots = 0,$$

ou bien, en appelant α_1, α_2, α_3, etc. les angles des rayons vecteurs ρ_1, ρ_2, ρ_3, etc. avec la courbe,

$$(2) \qquad n_1 c_1 \rho_1^{n_1-1} \cos\alpha_1 + n_2 c_2 \rho_2^{n_2-1} \cos\alpha_2 + \ldots = 0.$$

D'ailleurs, en désignant par ds l'élément différentiel de la courbe, et par du l'angle de contingence correspondant, on a

$$du = d\alpha_1 + ds\frac{\sin\alpha_1}{\rho_1} = d\alpha_2 + ds\frac{\sin\alpha_2}{\rho_2} = \text{etc.};$$

et, comme l'équation (2) différentiée fournit

$$n_1(n_1-1)c_1\rho_1^{n_1-2}\cos\alpha_1\, d\rho_1 - n_1 c_1 \rho_1^{n_1-1}\sin\alpha_1\, d\alpha_1 + n_2(n_2-1)c_2\rho_2^{n_2-2}\cos\alpha_2 d\rho_2 - \ldots = 0;$$

en remplaçant $d\alpha_1$, $d\alpha_2$, etc. par leurs valeurs respectives, on aura

$$\frac{du}{ds} = \frac{n_1 c_1 \rho_1^{n_1-2}[(n_1-1)\cos^2\alpha_1 + \sin^2\alpha_1] + \text{etc.}}{n_1 c_1 \rho_1^{n_1-1}\sin\alpha_1 + n_2 c_2 \rho_2^{n_2-1}\sin\alpha_2 + \text{etc.}}.$$

En outre, lorsque l'on passe d'une courbe à une autre, l'équation (1) donne la relation

$$n_1 c_1 \rho_1^{n_1-1} d\rho_1 + n_2 c_2 \rho_2^{n_2-1} d\rho_2 + \text{etc.} = dc;$$

si ce passage a lieu sur la portion dh de la normale comprise entre les deux

courbes, on obtient

$$n_1 c_1 \rho_1^{n_1-1} \sin \alpha_1 + n_2 c_2 \rho_2^{n_2-1} \sin \alpha_2 + \text{etc.} = \frac{dc}{dh}:$$

de sorte que la valeur de $\frac{du}{ds}$ devient

$$\frac{du}{ds} = \frac{dh}{dc} \left\{ n_1 c_1 \rho_1^{n_1-2} [(n_1 - 1) \cos^2 \alpha_1 + \sin^2 \alpha_1] + \text{etc.} \right\};$$

elle est le produit de deux facteurs qui ne peuvent changer de signe dans l'étendue d'une même courbe; car pour cela il faudrait que $\frac{dh}{dc}$ pût devenir nul, ou que deux courbes (1) eussent un point commun, ce qui n'est pas : de plus, le dernier facteur est composé de termes essentiellement positifs, puisqu'il en est ainsi de c_1, c_2, c_3, etc., et que les exposants ne sont pas inférieurs à l'unité. Donc, $\frac{du}{ds}$ ne change pas de signe, et les courbes (1) sont convexes.

» Comme pour une valeur infinie de la constante c, les courbes (1) se réduisent à un cercle de rayon infini, c'est-à-dire à une courbe d'une seule branche, il est nécessaire que pareillement, pour toute valeur finie de c, elle ne se compose chacune que d'une branche fermée. Toute autre hypothèse serait contradictoire, soit avec la convexité des courbes, soit avec leur propriété de n'avoir qu'une tangente en chacun de leurs points. Or, de pareilles courbes convexes, intérieures d'ailleurs les unes aux autres, ne peuvent se réduire qu'à un point ou à une portion de droite.

» L'expression de $\frac{du}{ds}$ montre que ce dernier cas peut être écarté : car il exige que les points donnés soient en ligne droite et que la fonction des rayons vecteurs soit du premier degré. Un examen rapide convaincrait qu'il est nécessaire, en outre, que l'on puisse partager la droite en deux parties telles, que la somme des coefficients relatifs aux points de l'une des parties soit égale à la somme relative à l'autre partie.

» D'ailleurs, le lieu des points qui répondent au minimum ne peut être composé que de points isolés; car si l'on suit la trajectoire orthogonale des courbes (1) passant par l'un des points cherchés, il faut, quel que soit le sens, que la valeur dc ne change pas de signe avec dh, ce qui exige

$$n_1 c_1 \rho_1^{n_1-1} \sin \alpha_1 + n_2 c_2 \rho_2^{n_2-1} \sin \alpha_2 + \text{etc.} = 0.$$

Or, si l'on compare cette équation à l'équation (2), qui détermine la dirction de la tangente, on voit que, pour chacun des points répondant au minimum de c, la direction perpendiculaire à celle de la tangente doit être regardée comme étant elle-même la direction d'une tangente; de sorte que chaque point de lieu cherché a deux tangentes pour le moins : donc il ne peut être composé que de points isolés. Comme toutes les courbes (1) ne peuvent être chacune composées que d'une branche, le lieu cherché se réduit à un point unique situé à l'intérieur de toutes les courbes (1).

» Pour trouver ce point, il suffit de construire l'intersection de deux trajectoires orthogonales de ces courbes. On peut évidemment sans erreur substituer à ces trajectoires des polygones dont les côtés sont normaux à la famille des courbes (1). Il est aisé de justifier la construction du commencement : soient a_2, a_3, etc., les angles que les rayons vecteurs ρ_2, ρ_3, etc., font avec le rayon ρ_1, supposons qu'on ait remplacé dans l'équation (2) α_2 par $a_2 + \alpha_1$, α_3 par $a_3 + \alpha_1$, etc., on obtiendra

$$\operatorname{tang}\alpha_1 = \frac{n_1 c_1 \rho_1^{n_1 - 1} + n_2 c_2 \rho_2^{n_2 - 1} \cos a_2 + \text{etc.}}{n_2 c_2 \rho_2^{n_2 - 1} \sin a^2 + n_3 c_3 \rho_3^{n_3 - 1} \sin a_3 + \text{etc.}}.$$

Or,

$$\mathrm{A}b = n_1 c_1 \rho_1^{n_1 - 1} + n_2 c_2 \rho_2^{n_2 - 1} \cos a_2 + \text{etc.},$$

$$\mathrm{A}g = \qquad n_2 c_2 \rho_2^{n_2 - 1} \sin a_2 + n_3 c_3 \rho_3^{n_3 - 1} \sin a_3 + \text{etc.}$$

Donc $\operatorname{tang}\alpha_1 = \frac{\mathrm{A}b}{\mathrm{A}g}$; donc la direction de la tangente est perpendiculaire à bg, et par suite celle de la normale parallèle à cette droite.

» Le centre de gravité de m points dont les masses seraient c_1, c_2, c_3, etc., est la solution du cas où les exposants sont égaux à 2. Il suffit, dans ce cas, de construire deux normales AC pour obtenir le centre de figure par leur intersection. »

OPTIQUE. — *Note sur un appareil pour la construction des lentilles; par* M. Strauss.

(Commissaires, MM. Arago, Babinet, Regnault.)

« J'ai déjà eu l'honneur de présenter à l'Académie un Mémoire sur la machine à tailler les verres d'optique, le 1er juillet 1844. La Chambre des Députés ayant accordé des fonds pour l'acquisition de très-grands télescopes destinés à l'Observatoire, il me paraît essentiel que les verres d'un très-grand

prix, qui doivent faire la partie principale de ces instruments, soient le plus parfaits possible dans leur forme, et par conséquent pas des portions de sphère, si cela est possible; et je pense que par le moyen de la machine que j'ai eu l'honneur de proposer à l'Académie, pour la confection de ces verres, on pourra donner à ces derniers exactement la forme désirée.

» En cherchant à trouver un moyen de faire des lentilles d'instruments d'optique, mon but principal était le perfectionnement du microscope, dont je me suis autrefois beaucoup occupé, et celui qu'exécute l'ingénieur Oberhaüser est de mon invention; c'est pour l'objet de mon perfectionnement qu'il a pris un brevet, qui fait aujourd'hui sa fortune. La machine décrite dans mon Mémoire n'est réellement propre qu'à la fabrication de verres de petites dimensions; ceux d'un grand diamètre, comme ceux de télescopes, pourraient cependant être taillés sur une machine semblable, qui exigerait toutefois un emplacement très-grand, ce qui serait un inconvénient; mais en faisant subir à la machine quelques légères modifications, on pourra facilement l'approprier à la confection des lentilles les plus grandes, sans diminuer en rien la forme rigoureuse qu'on voudra donner à ces verres; il suffira de changer, d'une part, la forme et la disposition du chariot régulateur qui suit la courbe génératrice, pour que le coin qui appuie sur cette courbe reste toujours perpendiculaire à cette dernière, ce qui sera facile; et, d'autre part, il faudra remplacer, s'il y a lieu, le chariot portant le burin qui taille la lentille, par la roue du tailleur de verre, ou la molette du graveur sur cristaux, qu'on pourra mettre en mouvement, afin de simplifier la machine, par un moteur spécial, ce qui n'aura aussi aucun inconvénient pour l'exactitude de la courbe que doit avoir la lentille. Je n'entre ici dans aucun autre détail à ce sujet; ce que je viens de dire suffirait pour faire voir d'un seul coup d'œil les modifications qu'on devra faire subir à ma machine pour l'approprier à la confection des plus grandes lentilles.

» Si la Commission chargée de surveiller la construction des nouveaux télescopes trouvait ma machine convenable pour l'objet que j'ai en vue, je lui soumettrais un nouveau Mémoire sur cette machine ainsi modifiée. »

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Note de* M. TRIGER, tirée d'une Lettre à M. *Arago.*

(Commissaires, MM. Arago, Flourens, Dumas.)

« En 1841, j'adressai à l'Académie des Sciences un Mémoire sur l'emploi de l'air comprimé pour le percement des puits de mines sous les eaux et dans les terrains submergés.

» Dans ce Mémoire, j'exposais d'abord qu'étant chargé d'établir un puits de mine au milieu des alluvions de la Loire, il m'avait été impossible de songer à l'emploi des moyens ordinaires d'épuisement, attendu que ces alluvions, épaisses de 20 mètres environ, et composées presqu'en entier de sables et de galets, étaient de toutes parts pénétrées par les eaux du fleuve, qui, en outre, plusieurs fois dans l'année, les recouvrait d'une couche d'eau de plus de 4 mètres.

» Dans cet état de choses, les moyens d'épuisement généralement employés en Belgique, quoique consistant dans des pompes énormes, souvent mises en mouvement par deux machines à vapeur de 200 chevaux chacune, me paraissaient encore impuissants. Je ne pouvais donc plus songer à l'épuisement des eaux, et ce fut précisément cette idée qni me conduisit naturellement à essayer l'air comprimé. Ne pouvant épuiser les eaux de mon puits, puisque c'eût été vouloir épuiser le fleuve lui-même, j'eus l'idée de les refouler, et ce moyen, je le répète encore aujourd'hui, me réussit au delà même de mes espérances.

» Ce fut par ce moyen qu'en moins de trois mois je pus pénétrer sous 20 mètres d'alluvion, et établir dans le grès houiller, à une profondeur de 25 mètres, une jonction tellement solide, que depuis ce moment, notre puits, tout à fait rentré dans les conditions ordinaires, n'a pas cessé un seul instant d'être en activité pour l'extraction de la houille; je dirai plus: quoique placés au milieu même de la vallée de la Loire, nous avons été beaucoup moins gênés par les eaux que ne l'ont été nos concurrents dans leurs puits, qui se trouvent au pied d'un coteau, sur la terre ferme.

» Je ne donnerai pas ici une nouvelle description de l'appareil qui nous a servi pour le percement de ce puits.

» Comme en ce moment j'exécute un nouveau puits d'après le même procédé, j'ai cru devoir tenir l'Académie au courant de mes nouvelles observations et des résultats que j'obtiens.

» *Appareil à air comprimé.* — Je n'ai pas cru devoir apporter le moindre perfectionnement à cet appareil, dont j'obtiens une seconde fois le meilleur effet, quoique mon nouveau puits ait 2 mètres environ de diamètre, et que nous soyons dans cette saison où les variations du niveau de la Loire se font le plus sentir. J'atteins en ce moment la profondeur de 3 mètres dans le terrain solide, et j'exécute un cuvelage qui, sous quelques jours, doit être terminé et faire rentrer mon puits dans les conditions de tous les puits ordinaires.

» *Nouveau puits.* — Le nouveau puits a pour diamètre intérieur $1^{m},80$; il se compose, comme le premier, d'un tube en tôle de 20 mètres de hau-

teur, que j'ai enfoncé par bouts dans le terrain au moyen d'un mouton. J'en ai extrait les sables au moyen de la soupape à boulet.

» Ce tube fait à Davis, dans les ateliers de M. Duvenne, ne diffère du premier que par un plus grand diamètre, et par une plus grande épaisseur de tôle. J'ai cru devoir porter cette épaisseur à 12 millimètres pour plus de sécurité.

» Je n'ai également rien de nouveau à signaler quant à l'enfoncement de mon nouveau puits, si ce n'est un petit banc d'argile rempli de morceaux de bois, que j'ai trouvé à la profondeur de 16 mètres au-dessous du sol. Les galets extraits par la soupape ont été, comme dans la première opération, quelques morceaux de granit roulé, beaucoup de silex blonds de la craie, enfin, beaucoup de fragments de roche volcanique, provenant probablement de l'Auvergne.

» Quant au sol sur lequel repose ce tube, il est composé d'un grès houiller très-micacé, offrant une surface tout à fait unie, quoique les différents bancs qui constituent cette roche soient presque verticaux et d'une dureté très-différente.

» J'avais déjà appelé l'attention de l'Académie sur ce phénomène. Il est, en effet, bien extraordinaire que la dureté des roches n'ait eu aucune influence sur le creusement uniforme de la vallée de la Loire, et que les roches les plus dures, ainsi que les plus molles, y soient exactement rasées et de même niveau. Il en résulte que le terrain de cette vallée, quoique composé d'une alternance de grès extrêmement durs et de schistes tout à fait tendres, offre sous les alluvions une surface aussi unie que celle des alluvions elles-mêmes.

» *Pompes.* — Ayant pu disposer cette année d'une machine à vapeur beaucoup plus puissante que la première fois, j'ai cru devoir apporter quelques changements aux pompes à comprimer l'air. La chaleur qui se dégage par suite de la compression de l'air détruisant trop promptement nos soupapes en cuir à surface plane, je leur ai substitué des soupapes coniques également en cuir, et j'ai tout à fait remédié à cet inconvénient. J'ai tout lieu de croire que ce genre de soupape est tout ce qu'il y a de mieux pour obtenir de l'air comprimé avec les pompes d'un grand diamètre.

» *Effet de l'air comprimé sur les organes.* — Je n'ai que peu de choses à ajouter à mes premières Notes sur l'effet produit par l'air comprimé sur les ouvriers. C'est toujours une douleur plus ou moins vive dans les oreilles, dès les premiers coups de piston. Cette douleur, comme vous le savez, cesse pour tout le monde dès que le mercure atteint seulement dans le manomètre une hauteur de 3 centimètres.

» J'ai remarqué de nouveau que la plus ou moins bonne disposition des personnes contribue beaucoup à rendre cette douleur plus ou moins vive. L'ivresse est un moyen presque certain de le rendre intolérable lors même que cette ivresse est passée depuis plusieurs heures.

» Le *sas* à air étant aujourd'hui beaucoup plus grand que dans le principe, tous les ouvriers s'accordent à dire qu'ils souffrent beaucoup moins des oreilles que la première fois. D'un autre côté, ils se plaignent davantage du froid qui se produit par suite de la détente de l'air. Il résulte toujours de cette distension un brouillard extrêmement froid, et d'autant plus épais que la capacité de la boîte est plus grande.

» Tout le monde parle plus ou moins du nez et perd la faculté de siffler à trois atmosphères. Afin de m'assurer de l'effet de l'air comprimé sur un instrument à corde, j'ai fait descendre un violon dans le puits, et l'on a trouvé qu'à la pression ci-dessus, le son perdait au moins la moitié de son intensité. Sous quelques jours j'introduirai dans le puits un chien et un oiseau, et les y maintiendrai pendant plusieurs jours de suite, afin de connaître quel sera l'effet de l'air comprimé sur leurs organes.

» Je dois déclarer ici que deux ouvriers, après avoir passé sept heures de suite dans l'air comprimé, ont éprouvé des douleurs assez vives dans les articulations une demi-heure après être sortis du puits. Le premier se plaignait d'une douleur extrêmement vive dans le bras gauche, et le second éprouvait une douleur semblable dans les genoux et dans l'épaule gauche. Quelques frictions faites avec de l'esprit-de-vin ont bientôt fait disparaître cette douleur chez les deux individus; ils n'en ont pas moins continué leur travail les jours suivants.

» *Applications de l'air comprimé.* — Il ne reste plus maintenant qu'à parler des différentes applications que l'on peut faire de l'air comprimé. Depuis ma première opération j'ai beaucoup réfléchi aux usages que l'on pouvait faire de cet agent, et j'ai reconnu :

» 1°. Qu'un des plus utiles et des plus faciles, sans contredit, serait d'employer ce moyen à la confection des piles de pont. Appliqué comme je le conçois, il peut servir à fonder, dans les vallées de rivières, et dans les rivières elles-mêmes, des piles de pont, avec autant d'économie et de facilité que si l'on bâtissait sur un rocher à l'air libre. Il faudrait seulement pour cela une première mise de fonds consistant dans un appareil convenable, et une machine à vapeur de la force de dix chevaux environ.

» 2°. Avec ce moyen on peut encore aller visiter et remuer à la profondeur de plusieurs mètres le fond d'une rivière, telle que la Seine, pour la recherche de quelque objet précieux.

» 3°. L'air comprimé peut encore servir à rendre les vaisseaux presque insubmersibles en disposant convenablement le dernier pont. On peut aussi, par ce moyen, aérer la cale et la vider d'eau au besoin. Avec de l'air comprimé à moins d'une atmosphère, il est on ne peut plus facile d'arrêter une voie d'eau, et d'aller faire à l'intérieur sur tous les points de la cale les réparations nécessaires.

» 4°. L'air comprimé peut encore être employé à la confection des tunnels, et épargner toute espèce d'épuisement.

» 5°. Enfin, l'air comprimé peut encore remplacer, dans beaucoup de cas, les pompes d'épuisement. On doit se rappeler qu'avec de l'air à la pression d'une demi-atmosphère, j'ai établi pendant plusieurs jours un jet d'eau continu à la surface, et que cette eau sortait du fond d'un puits de 23 mètres de profondeur. »

A la suite de cette Lettre, M. Triger demande à l'Académie des Sciences de lui adresser les questions, et de lui indiquer les expériences qu'il lui paraîtrait convenable de faire pour apprécier les effets physiques et physiologiques qui peuvent résulter de l'action de l'air porté à la pression de trois et quatre atmosphères.

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Mémoire sur la construction de la vis d'Archimède; par* M. **Daveine**, ingénieur en chef des Ponts et Chaussées.

(Commissaires, MM. Poncelet, Lamé, Morin.)

M. **Lefèvre** adresse de nouveaux documents relatifs à son exploration de l'*Abyssinie*, et une carte générale de ce pays.

(Commission précédemment nommée.)

M. **Arnollet** prie l'Académie de vouloir bien faire examiner par une Commission spéciale, son Mémoire sur un moyen particulier de propulsion pour les *chemins de fer atmosphériques*.

(Commissaires, MM. Arago, Lamé, Regnault.)

L'Académie renvoie, comme document, à la Commission des chemins de fer atmosphériques, un Mémoire imprimé de M. **J. Pilbrow**, sur un *moyen de propulsion atmosphérique pour les chemins de fer et les canaux*, et sur un *télégraphe pneumatique*.

CORRESPONDANCE.

M. le **Ministre de la Marine** transmet la Lettre suivante qui lui a été adressée par M. le gouverneur de la Guyane française :

« J'ai l'honneur d'informer Votre Excellence que, dans la nuit du 29 au 30 août dernier, à $3^h\,30^m$ du matin, on a ressenti à Cayenne, et dans quelques quartiers de la colonie, un *tremblement de terre* assez fort, qui a duré de huit à dix secondes; cette première secousse a été suivie d'une deuxième, mais celle-ci n'a eu que deux ou trois secondes de durée.

» Pendant ces secousses, qui se sont fait sentir vivement et horizontalement du nord au sud, un bruit sourd et continu, semblable au bruit éloigné du tonnerre ou du canon, se faisait entendre. Au moment où cessait la seconde secousse, l'horloge de la paroisse sonnait $3^h\,30^m$.

» Dix jours auparavant, quelques personnes de Cayenne avaient éprouvé une secousse semblable, à peu près à la même heure et avec les circonstances qui ont accompagné le tremblement de terre de la nuit du 29 au 30 août; seulement la seconde secousse n'avait pas eu lieu.

» Il est à remarquer que, dans les quartiers en terres basses (ou terres d'alluvion), tels qu'Approuague et Kaw, le tremblement de terre de la nuit du 29 au 30 août n'a pas été appréciable.

» Au reste, j'ai la satisfaction d'annoncer à Votre Excellence que l'événement dont j'ai l'honneur de lui rendre compte n'a occasionné aucun dommage dans la colonie; seulement il a fait naître de vives appréhensions pour les Antilles qui, dans ces dernières années, ont éprouvé des désastres toutes les fois que les Guyanes ont ressenti des tremblements de terre. »

M. le **Directeur général de l'Administration des Douanes** adresse un exemplaire du *Tableau des mouvements du cabotage pendant l'année* 1843.

M. le **Ministre des États-Unis** adresse, au nom de l'auteur, le major *Graham,* officier au service de l'Union, un exemplaire de la Carte du territoire en contestation entre les États-Unis et la Grande-Bretagne, ainsi qu'un exemplaire du profil de la ligne méridienne, tracée par le même officier, de la source du fleuve Sainte-Croix jusqu'au fleuve Saint-John.

« M. de **Humboldt** présente à l'Académie une carte géographique et hypsométrique du *crétinisme,* dans le canton d'Argovie, par M. **Michaélis**, ci-de-

vant capitaine au service de Prusse, employé dans les grandes opérations trigonométriques. Cette esquisse de *géographie médicale* offre les rapports du crétinisme et des inégalités de la surface du terrain. Les mesures, indiquées en mètres, se fondent sur un nivellement par tranches de 100 à 100 mètres, tel qu'il est offert dans la carte levée trigonométriquement par M. Michaélis, représentant en quatre feuilles tout le canton d'Argovie. On a séparé les sourds et muets des crétins, et les rapports avec les populations de chaque village sont indiqués à la fois par des chiffres, et pasigraphiquement par des ronds plus ou moins grands placés dans des parallélogrammes de différentes dimensions. La surface des ronds exprime la fréquence des crétins; la base du parallélogramme, la fréquence des sourds et muets.

» M. de Humboldt a ajouté à l'esquisse du crétinisme la carte spéciale des passages du Splugen et de la Via Mala, dans le canton des Grisons. »

M. **Faraday**, récemment nommé à la place d'associé étranger, vacante par le décès de M. *Dalton*, adresse ses remercîments à l'Académie.

ASTRONOMIE. — M. **Argelander**, directeur de l'observatoire de Bonn, annonce que la comète, découverte à Paris, le 7 juillet 1844, par M. Mauvais, est de nouveau visible après avoir traversé l'hémisphère sud; il l'a observée au micromètre annulaire, le 31 janvier 1845, à l'endroit même que lui assignent les éphémérides.

Le 31 janvier 1845, à $8^h\,6^m\,51^s$ temps moyen de Bonn.
Æ app. de la comète.... $44°55'49'',9$
D app........... $-24°21'37'',3$.

Cette comète avait déjà été retrouvée à l'observatoire de Paris, dès le 27 janvier, et malgré la faiblesse de sa lumière, elle a pu être observée les 27, 29 janvier et 4 février.

M. Argelander annonce à M. Mauvais, que l'on imprime, en ce moment, ses zones d'observations d'étoiles boréales comprises entre les parallèles de 45 et 80 degrés de déclinaison, avec les Tables complètes de réduction au 1er janvier 1842, à côté de chaque zone. L'ouvrage complet, qui se compose de 65 feuilles in-4°, et qui contient plus de 26000 étoiles, ne sera pas terminé avant la fin de l'année; mais, comme ces zones donnent plus du double des étoiles observées par Lalande dans la même région, et que les positions que l'on pourra en déduire seront aussi généralement plus exactes, l'auteur se propose de les faire parvenir aux astronomes par livraisons, afin qu'ils puis-

sent immédiatement y puiser les points de comparaison dont ils pourraient avoir besoin.

ÉCONOMIE RURALE. — *Observations sur le Mémoire de* M. Braconnot, *relatif à l'influence du sel sur la végétation; par* M. **Soyer-Villemet** (1).

« La question du sel appliquée à l'agriculture est d'une grande importance, et peut être considérée sous deux points de vue : 1° l'action du sel sur l'alimentation des animaux, avouée maintenant par tous ceux qui s'occupent de l'éducation du bétail; 2° son action sur la végétation qui, quoique paraissant favorable, a encore besoin d'être éclairée par une saine expérience.

» Déjà un de nos plus illustres compatriotes, par de fausses conséquences tirées d'un seul essai fait en petit, a pesé de tout le poids de sa grande réputation sur la première partie de la question.

» Je craindrais que le nom justement célèbre de M. Braconnot n'imposât aux esprits irréfléchis; que, d'une part, il n'arrêtât les expériences que nous réclamons, et de l'autre, qu'il ne fût, comme celui de M. de Dombasle, une arme dont on se servirait pour repousser tout dégrèvement de l'impôt.

» Je dis les *esprits irréfléchis*, car tout homme qui lira avec attention le Mémoire de M. Braconnot reconnaîtra que, la proportion de sel qu'il a employée étant trop forte, son expérience n'apprend rien, puisqu'on sait depuis longtemps que le sel à trop grande dose nuit à la végétation.

» En effet, notre confrère a employé 1 gramme et même 2 grammes de sel sur 7 hectogrammes de terre desséchée. J'ai dû chercher quelle proportion cela donnerait pour 1 hectare.

» Il fallait d'abord établir le poids d'un hectare de sol cultivé : 1 hectare ou 10 000 mètres carrés, à 2 décimètres de profondeur (terme moyen), donne 2 000 mètres cubes = 2 000 000 de décimètres cubes ou litres. Or, un litre de terre de jardin, plutôt légère que forte, m'a donné 1 320 grammes (poids de l'hectare : 1 320 × 2 000 000 = 2 640 000 kilogrammes), lesquels 1 320 grammes, desséchés comme dans l'expérience de M. Braconnot, n'ont plus pesé que 1 050 grammes; ce qui réduit le poids de l'hectare à 2 100 000 kilogrammes.

» La proportion était donc : $700 : t :: 2\,100\,000 : x = 3000$ kilogrammes.

» A 1 gramme pour 7 hectogrammes, c'est donc comme si M. Braconnot

(1) Voir *Annales de Chimie et de Physique*, janvier 1845, page 115.

avait mis 3000 kilogrammes de sel sur un hectare, et à 2 grammes, c'est comme s'il en avait mis 6000. Or, dans les expériences que rapporte la *Maison rustique du* XIXe *siècle*, tome Ier, page 77, on n'indique que 300 kilogrammes par hectare pour les céréales, et 150 seulement pour les légumineuses. Si M. Braconnot voulait répéter ces expériences, il n'aurait donc dû mettre dans sa terre que 5 centigrammes ou tout au plus 1 décigramme de sel.

» De ce que des aliments dans lesquels on mettrait vingt fois plus de sel que la dose convenable nuiraient à la santé, faudrait-il en tirer des conséquences contre l'emploi de cet utile condiment?

» Le Mémoire de M. Braconnot prouve seulement, je le répète, que le sel à haute dose nuit à la végétation; c'est, comme il l'a fort bien rappelé, ce qu'on sait depuis longtemps. Plus d'une localité de notre département nous montre l'exemple dans nos marais salins; mais, ainsi que l'a dit M. Beaupré, s'il est vrai que peu de plantes peuvent vivre là où la source paraît à la surface de la terre, on voit, à une certaine distance où l'influence du sol est encore sensible, se montrer la plus belle végétation de la prairie.

» Notre confrère M. Monnier me cite le fait suivant : la campagne de Burthecourt, appartenant à M. Thouvenel et située sur les bords de la Seille, était très-humide, parce que les terrains y étaient continuellement affleurés par cette rivière, encombrées de boues et de roseaux. La végétation y était fort belle, et les prairies, quoique contenant quelques plantes des marais salins, étaient excellentes et donnaient de très-abondantes récoltes. Afin d'éviter les débordements, on a curé et redressé le lit de la Seille. Eh bien, depuis cette opération, les prairies ont beaucoup diminué de produits; la salicorne, l'*Aster tripolinus* et autres plantes analogues tendent à remplacer les graminées; les arbres même y périssent. S'il n'est pas douteux que le sel, qui s'est alors trouvé dominant, a causé tous ces accidents, il ne l'est pas moins qu'affaibli par la présence des eaux, il avait sur la végétation un résultat favorable, ou du moins qui était loin d'être nuisible.

» Au reste, mon but n'est pas de prouver l'utilité du sel comme stimulant de la végétation : la qualité supérieure des prés des bords de la mer, l'emploi très-favorable comme engrais des plantes marines et des résidus des mines de sel d'Allemagne et de Pologne, l'usage immémorial en Provence de répandre du sel au pied des oliviers, et mille autres faits, semblent le prouver; et on peut citer en faveur de cette opinion les autorités les plus respectables, telles que François Bacon, Bernard Palissy, l'abbé Rozier, Arthur Young, Humphry Davy, John Sinclair, Thaer, Chaptal, et, de nos jours, MM. Pavis,

de Gasparin, Lecoq de Mont-Ferrand, etc. Il faut consulter à cet égard l'excellent travail de mon honorable confrère de la Société d'Agriculture, M. Pautier, ancien chef d'institution à Roville, travail présenté au conseil général du département dans sa dernière session et inséré dans le *Bon Cultivateur de* 1845. Je me bornerai à signaler un fait qu'il n'a connu que depuis et qu'il a communiqué dernièrement à la Société d'Agriculture. La Société d'horticulture de Berlin avait proposé un prix pour la recherche des divers amendements et engrais les plus propres à augmenter la production des arbres fruitiers. Parmi les concurrents qui se sont présentés, il s'en trouve un qui, appuyé sur les résultats de quinze années d'expérience, déclare avoir constaté que, pour le but indiqué, le sel gris a constamment surpassé en efficacité toutes les espèces de compostes et d'engrais qu'il a pu employer et dont il donne l'énumération. La meilleure pratique que l'expérience lui ait enseignée consiste à répandre, vers le commencement d'octobre, du sel commun sur le sol qui entoure l'arbre, aussi loin que s'étendent les branches, et de manière que la terre en soit entièrement saupoudrée. S'il faut croire le rapporteur de la Société d'horticulture de Berlin, les résultats de cette pratique seraient vraiment surprenants et de beaucoup supérieurs à ce qu'on peut obtenir au moyen des engrais considérés jusqu'alors comme les plus fertilisants.

» Depuis très-longtemps, les Anglais poursuivent des expériences en grand relativement à l'action du sel sur les terres arables, et le gouvernement, après avoir réduit des deux tiers l'impôt sur le sel, livre encore à meilleur marché à l'agriculture celui dont elle a besoin, après l'avoir dénaturé au moyen de la suie. Aussi, en moins de dix années, la consommation s'en est-elle sextuplée en Angleterre; de sorte que le fisc, au lieu de perdre à cette réduction, y a gagné à peu près 100 pour 100.

» La Société centrale d'Agriculture de Nancy, qui comprend toute l'importance de la question du sel, voudrait engager les cultivateurs français à suivre l'Angleterre dans ses utiles investigations; mais l'énormité de l'impôt est un obstacle à ce qu'il serait indispensable de faire dans cette circonstance, car on sent bien que ce n'est pas avec 7 hectogrammes de terre qu'une telle question peut être décidée. Il faut que les expériences soient nombreuses; il faut qu'elles soient tentées sur une grande échelle et sur toute espèce de terrains. Observons, en outre, qu'il est des influences que le temps et l'atmosphère se chargent d'exercer, et qui ne se présentent pas dans les essais auxquels s'est livré notre savant confrère. Par exemple, on vient de voir qu'à Berlin, c'est en automne qu'on applique le sel comme engrais des

arbres fruitiers, et les Anglais ont reconnu qu'il est nécessaire, pour en obtenir de bons résultats sur les terres arables, de le bien mélanger au sol, avant la semaille, au moyen de plusieurs labours et cultures successives. Et, d'ailleurs, M. Braconnot n'a-t-il pas pris lui-même la peine de nous fournir des arguments contre son Mémoire, en nous rappelant que le sel, à petite dose, favorise la décomposition des matières animales et végétales? N'est-ce donc rien que cette action propice à l'alimentation des plantes (action éliminée de son expérience), et ne suffirait-elle pas pour expliquer l'influence favorable du sel sur la végétation?

» La Société d'Agriculture de Nancy appelle donc de tout son pouvoir des expériences concluantes, et, pour les favoriser, elle demande au Gouvernement de livrer à toutes les Sociétés du royaume, et à bas prix, une certaine quantité de sel qui aurait été préalablement dénaturé par un moyen quelconque.

» Mais c'est précisément là qu'est la difficulté. Si l'on a cru longtemps que le mélange avec la suie était pour cela un procédé inattaquable, la chimie a fait trop de progrès pour ne pas fournir aujourd'hui dans les campagnes l'instruction nécessaire pour déjouer de si faibles précautions.

» Il appartient cependant à cette science de venir au secours de l'Agriculture. Je conjure donc M. Braconnot, au lieu de paralyser les louables efforts d'une Société qui le compte avec orgueil au nombre de ses membres, et de décourager les expérimentateurs par une opinion basée sur des essais insuffisants; je le conjure, dis-je, d'employer son admirable talent à la recherche des moyens de livrer aux cultivateurs, sans qu'ils puissent abuser de cette condescendance, le sel dont ils ont besoin, soit pour l'alimentation du bétail, soit pour l'engrais des terres. Le fisc, alors, n'aurait plus de motifs pour se refuser aux instances de l'Agriculture, et la nouvelle découverte de M. Braconnot, lui qui en a déjà fait de si importantes, serait peut-être le plus grand service qu'il aurait rendu à l'humanité. »

MINÉRALOGIE. — *Sur deux nouveaux gisements de pierres gemmes; par* M. BERTRAND DE LOM.

« Ce Mémoire a pour objet de faire connaître:

» 1°. Deux nouveaux gisements de pierres gemmes dans la Haute-Loire, dont un situé à Saint-Jean-de-Nay, surtout à l'est et au sud-est de cet endroit; et l'autre non loin de là, au sud-ouest, sur la Durande et sur la Durandelle, montagnes volcaniques situées entre Brissac et Limaigne.

» Dans le premier on trouve, parmi les substances qui offrent le plus d'intérêt, 1° le corindon cristallisé, de couleur bleue ordinairement foncée, et quelquefois d'un beau bleu velouté; 2° le pléonaste ou candite, en grande abondance, et d'un volume généralement propre à la taille.

» Dans le second gisement, entrent le corindon et le pléonaste, mais le premier s'y trouve en quantité moins notable que dans le premier gisement; le pléonaste y est très-abondant, mais sur quelques points seulement; on y rencontre, en outre, le péridot cristallisé, en cristaux portant ordinairement leur double sommet, et d'une grosseur inusitée dans de telles circonstances.

» M. Dufrénoy a reconnu que ces cristaux de péridot sont absolument identiques à ceux du Vésuve. Diverses circonstances concourent à démontrer que le péridot que je signale a été, comme au Vésuve, arraché à un sol préexistant aux terrains volcaniques. Ce second gisement renferme de la chaux phosphatée, de couleur gris blanc opalin, en cristaux généralement fondus superficiellement, et se présentant presque toujours dans des rognons de fer titané ou d'amphibole; elle offre encore des altérations chimiques qui viennent en aide pour expliquer l'origine des fers phosphatés volcaniques.

» Après ce qui concerne ces deux gisements, M. Bertrand de Lom signale :

» 1°. Le sulfure de molybdène, dans la pépérine de la butte de Saint-Michel, mais ayant été arraché à une espèce de pegmatite provenant du sol granitique.

» Ce fait a été découvert par M. Lurçat, agent-voyer chef, à la Haute-Loire.

» 2°. Le wolfram, dans des masses granitiques disséminées dans des roches volcaniques des environs de Polignac.

» 3°. Un bloc de pépérine et de pegmatite à base de corindon bleu violacé, amorphe, et de grenat rouge, du poids de 28 kil. environ.

» 4°. Un second bloc, du poids de 40 kil. environ, et dans lequel le corindon, par son abondance, semble en former la base; cette masse gisait au nord du volcan de Denise, dans la commune de Polignac.

» De ces deux faits résulte une anomalie géologique dont l'explication ne peut avoir lieu qu'à l'aide de nouvelles observations.

» Cette anomalie consiste en ce que, dans un cas, le corindon se présente dans une roche volcanique ancienne, dans la pépérine de Corneille; et dans l'autre, au contraire, dans un terrain volcanique moderne, comme

la scorie moderne du volcan de Denise; tandis que la pépérine de cet endroit, en contact immédiat avec la scorie, n'en renferme pas du tout.

» 5°. Cinq substances bien cristallisées, mais sur lesquelles la chimie n'a pas encore dit son dernier mot; deux appartiennent au système prismatique à base carrée, une au système rhomboédrique, et les deux autres au système prismatique rhomboïdal?

» Les deux premières appartiennent aux produits d'épanchement du sud au sud-ouest du Puy, la seconde à la pépérine de Saint-Michel, et les deux autres appartiennent, l'une au phonolithe des environs de Saint-Ostien, et l'autre enfin, aux produits d'éruption des environs de Polignac.

» 6°. Un porphyre rouge quartzifère empâtant un certain nombre de cristaux de feldspath bleu, et d'un bleu analogue à celui du beau saphir; en sorte que cette roche offre un scintillemant bleu comme si elle renfermait un grand nombre de corindons de cette couleur.

» Ce porphyre a été rencontré en place, dans les montagnes de Lesterelle (Var), mais il y est très-rare.

» 7°. Le quartz primitif, en échantillon drusique, trouvé à l'état erratique dans les environs de Polignac.

» 8°. Le fluorure de calcium, démontrant très-bien que certains octaèdres de cette substance sont composés de petits cubes. Ce fait diffère notablement de celui que la science connaît déjà, lequel consiste dans des octaèdres de fluorure résultant d'un groupement régulier de petits cubes.

» 9°. L'amphibole, présentant une anomalie chimique dont la cause, si l'on ne la trouve dans les courants électriques naturels, ne sera, je crois, pas très-facile à découvrir. Cette anomalie consiste dans la décomposition de cristaux de cette substance, ayant eu lieu de l'intérieur à l'extérieur, contrairement à ce qui s'observe ordinairement dans la nature; cette vérité est démontrée par l'état argileux de la partie interne des cristaux, tandis que la forme extérieure est très-bien conservée, puisque les cristaux ont gardé leur éclat. »

TÉRATOLOGIE. — *Description d'un agneau dérodyme né à Toulouse; par* M. **Joly**. (Extrait.)

« M. Joly décrit successivement tous les organes de cet agneau dérodyme né mort à Toulouse le 16 décembre dernier, et le compare aux autres dérodymes et aux xiphodymes déjà connus, particulièrement au xiphodyme humain Ritta-Christina, dont l'anatomie a été faite avec tant de soin par

M. Serres. Une très-grande analogie existe entre le nouveau dérodyme et les autres monstres doubles avec lesquels il est mis en rapport, et confirme, par une preuve de plus, la fréquente répétition des mêmes types parmi les êtres anomaux.

» L'appareil organique qui a fourni à M. Joly les faits les plus curieux est l'appareil génito-urinaire, que l'auteur décrit ainsi :

« Le scalpel nous a révélé l'existence de deux reins placés sur le côté » externe de chacun des individus composants, deux uretères se rendant à » une vessie unique, un canal de l'urètre s'ouvrant dans le rectum, deux reins » beaucoup plus petits que les précédents, situés plus bas qu'eux, plus près de » l'axe d'union, et munis chacun d'un uretère aboutissant, non pas dans la » vessie, mais bien dans l'espèce de cloaque formé par le rectum. J'ai vu deux » ovaires, deux trompes de Fallope très-flexueuses, une matrice bicorne com- » posée de deux moitiés *séparées l'une de l'autre par une cloison médiane;* » enfin *un double vagin* venant s'ouvrir dans une vulve unique qui faisait » en même temps l'office d'anus, et rappelait ainsi l'organisation normale » des reptiles, des oiseaux, et surtout celle des monotrèmes. »

PHYSIQUE. — *Observations sur une hypothèse proposée par* M. Forbes, *concernant la vision distincte des objets placés à des distances différentes; par* M. de Haldat.

(Ce Mémoire suppose une figure qui ne peut être reproduite ici.)

M. Arago communique une Lettre de M. *Lortet* relative aux observations météorologiques qui ont été recueillies, pendant le mois de janvier 1845, dans le bassin de la Saône, par les soins de la *Commission hydrométrique de Lyon.*

M. Arago insiste à cette occasion sur l'utilité qu'auraient des observations barométriques faites dans chacune des stations où la Commission a des correspondants, et rappelle qu'il doit être adressé une demande à l'administration pour obtenir les instruments nécessaires.

M. Aubert-Roche prie l'Académie de vouloir bien hâter le travail de la Commission à laquelle ont été renvoyées ses diverses communications relatives aux *quarantaines.* « Le silence de l'Académie sur cette question, dit l'auteur de la Lettre, est représenté, par les personnes intéressées à la continuation du régime actuel, comme une désapprobation des efforts qui se font pour mettre l'organisation sanitaire de la France en harmonie avec celle des autres nations

commerçantes de l'Europe; il serait donc très-important que la Commission se prononçât prochainement sur cette question, ou déclarât qu'elle ne croit pas devoir s'en occuper. »

Cette Lettre est renvoyée à l'examen de la Commission des quarantaines.

M. **Grenier** écrit relativement à un dispositif qui a pour but d'empêcher le déraillement des voitures marchant sur les *chemins de fer*.

M. **Coulvier-Gravier** adresse une nouvelle Lettre concernant les pronostics qu'il dit avoir tirés de l'observation des *étoiles filantes*.

A 4 heures trois quarts l'Académie se forme en comité secret.

La séance est levée à 6 heures. A.

ERRATA.

(Séance du 10 février 1845.)

Page 370, après la Note de M. *Guillon, ajoutez :* Cette réclamation est renvoyée à l'examen de la Commission nommée pour le Mémoire de M. Maisonneuve.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

L'Académie a reçu, dans cette séance, les ouvrages dont voici les titres :

Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie royale des Sciences; 1er semestre 1845; n° 6; in-4°.

Annales des Sciences naturelles; par MM. MILNE EDWARDS, AD. BRONGNIART *et* DECAISNE; janvier 1845; in-8°.

Traité d'Arithmétique appliquée à la Banque, au Commerce, à l'Industrie, etc.; recueil de méthodes propres à résoudre les problèmes et à abréger les calculs numériques; par M. FRANCOEUR. Paris, 1845; in-8°.

Administration des Douanes. — Tableau général des mouvements du cabotage pendant l'année 1843. Paris, 1844; in-4°.

Mémoires d'Agriculture, d'Économie rurale et domestique, publiés par la Société royale et centrale d'Agriculture; année 1843; 1er et 2e supplément. Paris, 1843; 2 vol.; in-8°.

Atlas général des Phares et des Fanaux, à l'usage des navigateurs; par M. COULIER; *publié sous les auspices de S. A. R. le prince de* JOINVILLE. — *Afrique;* 2e livraison; in-4°.

Observations sur les Instruments de l'Administration et du Commerce pour reconnaître la richesse alcoolique des liquides spiritueux; par M. BROSSARD-VIDAL. Paris, 1842; in-4°.

Pétition à la Chambre des Députés sur la réforme des Quarantaines françaises; par M. AUBERT-ROCHE; 1 feuille; in-8°. (Extrait du journal *la Réforme.*)

Bulletin de la Société polytechnique, Revue des sciences exactes, de leurs applications et de leur enseignement, etc.; par M. AUG. BLUM; tome Ier, n° 2e; février 1845; in-8°.

Journal de la Société de Médecine pratique de Montpellier; février 1845; in-8°.

Annales des Maladies de la peau et de la Syphilis; par M. CAZENAVE; décembre 1844; in-8°.

Journal des Usines et des Brevets d'Invention; par M. VIOLLET; janvier 1845; in-8°.

Bulletin des Académies; revue des Sociétés de Médecine française et étrangère; 1re année; n° 5; février, 1845; in-4°.

Cours élémentaire de Chimie générale, inorganique, théorique et pratique, à l'usage des Universités et Écoles industrielles; par M. LOUYET; t. III. Bruxelles; in-8°.

Note sur l'Absorption des Poisons métalliques par les Plantes; par M. Louyet; $\frac{1}{2}$ feuille in-8°.

Notice sur le zincage voltaïque du fer; par *le même;* 1re et 2e Notice; $\frac{3}{4}$ de feuille in-8°.

The Nautical almanac pour les années 1846, 1847 *et* 1848; 3 vol. in-8°.

Memoire of... *Notice biographique sur* M. Francis Baily, *Président de la Société royale astronomique ; par* M. Herschel. [Extrait du *Bulletin mensuel* (Monthly Notices) *de la Société royale astronomique*, vol. VI; novembre 1844.] In-8°.

The medical Times; nos 280 et 282.

Gazette médicale de Paris; tome XIII, 1845; n° 7; in-4°.

Gazette des Hôpitaux; nos 17-19.

L'Écho du Monde savant; nos 10 et 11; in-4°.

OBSERVATIONS MÉTÉOROLOGIQUES. — JANVIER 1845.

JOURS du MOIS.	9 HEURES DU MATIN.			MIDI.			3 HEURES DU SOIR.			9 HEURES DU SOIR.			THERMOMÈTRE.		ÉTAT DU CIEL A MIDI.	VENTS A MIDI.
	BAROM. à 0°.	THERM. extér.	HYGROM.	BAROM. à 0°.	THERM. extér.	HYGROM.	BAROM. à 0°.	THERM. extér.	HYGROM.	BAROM. à 0°.	THERM. extér.	HYGROM.	MINIMA.	MAXIMA.		
1	758,58	+ 3,8		758,36	+ 4,7		758,13	+ 4,8		758,18	+ 3,6		+ 3,6	+ 4,7	Couvert	N. E.
2	758,54	— 0,4		758,02	+ 0,7		758,22	+ 2,3		758,47	+ 1,2		— 0,4	+ 2,1	Nuageux	N. E.
3	758,45	— 0,1		757,53	+ 1,6		757,30	+ 2,6		757,98	+ 0,9		— 0,9	+ 2,6	Beau	N. E.
4	762,04	— 0,7		762,66	+ 1,8		763,28	+ 3,9		764,48	+ 3,0		— 1,1	+ 4,0	Beau	N. N. O.
5	766,25	+ 3,6		765,41	+ 6,3		765,34	+ 6,3		765,24	+ 3,2		+ 2,1	+ 6,9	Couvert	O. N. O.
6	764,94	+ 1,9		764,09	+ 4,3		763,67	+ 5,2		764,68	— 0,4		+ 1,8	+ 5,0	Éclaircies	S. S. E.
7	765,18	— 2,0		764,83	— 1,4		764,50	— 0,7		765,26	— 1,1		— 2,1	— 0,7	Brouillard	E.
8	763,21	— 1,6		762,29	— 0,8		761,21	+ 0,1		760,73	— 0,8		— 1,9	+ 0,6	Brouillard	E.
9	760,80	— 1,8		760,25	— 0,9		759,76	— 1,0		760,41	— 2,1		— 1,9	— 1,0	Couvert	E.
10	761,27	— 3,5		760,28	+ 1,1		758,99	+ 4,1		758,05	+ 2,0		— 3,9	+ 4,0	Beau	E.
11	757,17	+ 3,0		756,44	+ 6,9		755,78	— 8,6		755,00	+ 4,4		+ 1,0	+ 8,5	Couvert	S.
12	753,89	+ 5,8		753,50	+ 6,4		753,09	+ 8,1		754,54	+ 7,0		+ 4,0	+ 8,0	Pluie	S. S. E.
13	754,67	+ 3,9		753,32	+ 5,9		752,01	+ 5,8		749,31	+ 5,8		+ 3,0	+ 6,0	Couvert	S. S. E.
14	751,10	+ 5,0		751,59	+ 5,5		752,07	+ 5,4		753,81	+ 2,8		+ 2,4	+ 5,7	Couvert	S.
15	751,86	— 0,6		751,32	+ 2,3		750,99	+ 3,9		753,24	+ 1,6		— 1,2	+ 3,9	Couvert	S.
16	757,84	+ 2,4		758,24	+ 3,9		758,68	+ 3,8		760,90	+ 0,8		+ 1,5	+ 4,0	Couvert	S. S. E.
17	762,24	— 0,2		761,73	+ 0,5		760,93	+ 0,6		760,25	0,0		— 0,2	+ 0,8	Couvert	S. E.
18	758,39	— 0,6		757,34	+ 2,2		755,76	+ 6,6		754,11	+ 5,8		— 1,0	+ 6,5	Couvert	S. E.
19	751,28	+ 6,0		751,09	+ 7,2		747,51	+ 6,8		737,43	+ 6,6		+ 4,5	+ 7,1	Quelques éclaircies	S.
20	732,25	+ 3,8		733,86	+ 3,5		738,81	+ 4,3		748,20	+ 4,8		+ 3,0	+ 4,9	Couvert	O.
21	758,35	+ 3,2		759,59	+ 4,6		760,38	+ 4,9		763,07	+ 3,2		+ 3,2	+ 5,0	Très-nuageux	N. O.
22	765,38	+ 0,9		765,78	+ 1,1		764,38	+ 1,1		765,62	+ 0,2		+ 0,2	+ 2,0	Couvert	N. E.
23	763,33	— 1,2		762,25	— 1,0		760,16	— 1,0		757,15	— 1,2		— 1,4	— 0,9	Couvert	S. S. E.
24	752,59	0,0		752,00	+ 3,3		752,34	+ 4,3		754,29	+ 4,9		— 1,2	+ 5,5	Nuageux	S. S. O.
25	761,13	+ 3,1		761,51	+ 6,0		761,16	+ 7,0		759,10	+ 4,7		+ 2,8	+ 7,0	Quelques nuages	N. O.
26	750,78	+ 7,9		750,52	+ 8,6		750,64	+ 8,4		752,60	+ 4,1		+ 4,1	+ 9,0	Nuageux	O.
27	746,83	+ 2,9		741,50	+ 3,6		739,17	+ 5,9		738,26	+ 3,6		+ 1,9	+ 5,9	Pluie	S. O fort.
28	737,20	+ 2,3		734,97	+ 2,5		732,36	+ 2,5		733,44	+ 1,8		+ 0,6	+ 2,5	Couvert	S. O.
29	739,33	+ 1,5		740,68	+ 1,9		741,37	+ 2,6		741,10	+ 0,8		+ 0,8	+ 3,1	Couvert	O.
30	739,43	+ 0,8		739,89	+ 2,1		738,19	+ 3,0		736,66	+ 0,8		— 1,2	+ 2,8	Couvert	O.
31	740,14	+ 0,4		740,89	+ 2,3		741,21	+ 2,4		744,84	+ 0,4		— 0,2	+ 2,8	Beau	O. S. O.
1	761,93	— 0,1		761,37	+ 1,7		761,04	+ 2,8		761,35	+ 1,0		— 0,5	+ 2,8	... Moy. du 1er au 10	Pluie en centimètres.
2	753,07	+ 2,9		752,84	+ 4,4		752,56	+ 5,4		752,68	+ 4,0		+ 1,7	+ 5,5	... Moy. du 11 au 20	Cour.. 5,075
3	750,41	+ 2,0		749,96	+ 3,2		749,22	+ 3,7		748,74	+ 2,1		+ 0,9	+ 4,1	... Moy. du 21 au 31	Terr.. 4,207
	754,98	+ 1,6		754,57	+ 3,1		754,11	+ 4,0		754,08	+ 2,4		+ 0,7	+ 4,1	... Moyenne du mois......	+ 2°,4